PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 4 — 15. Februar 1939 — Redaktionsschluß für Nr. 6 am 1. März 1939 — 40. Jahrgang

INHALT:

Abhandlungen:

H. Angenetter und H. Verleger, Intensitätsdissymmetrie in der Lichtemission von Neon- und Argonkanalstrahlen. S. 113.

W. Leo, Untersuchungen an Glühlampen bei Wechselstrom. S. 116.

F. Frölich, Die Spannungsabhängigkeit der Dispersion der Dielektrizitätskonstante starker Elektrolyte. S. 124.

N. Barbulescu, Über die physikalischen Grundlagen der speziellen Relativitätstheorie. S. 140.

C. F. v. Weizsäcker, Bemerkungen zu vorstehender Arbeit. S. 141.

W. Kolhörster u. I. Matthes, Nachweis der Mesotronen der Höhenstrahlung durch Luftdruckkompensation. S. 142.

Besprechungen:

H. Hohn, Chemische Analysen mit dem Polarographen. Anleitungen für die Chemische Laboratoriumspraxis. S. 144.

P. Luckey, Nomographie. Praktische Anleitung zum Entwerfen graphischer Rechentafeln mit durchgeführten Beispielen aus Wissenschaft und Technik. 3., verbesserte Auflage. S. 144.

H. Mohler, Lösungsspektren mit Spektren der Vitamine, Hormone, des Lignins und der chemischen Kampfstoffe und Einführung in die Absorptionsspektrophotometrie für Chemiker, Pharmazeuten, Mediziner, Biologen und Studierende. S. 144.

Nachrichten. S. 144.

ABHANDLUNGEN

Intensitätsdissymmetrie in der Lichtemission von Neon- und Argonkanalstrahlen

Von H. Angenetter und H. Verleger

Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt

1. Einleitung

In einer kürzlich erschienenen Arbeit[1]) hatten wir, im Anschluß an die bekannten Untersuchungen von Stark und seinen Mitarbeitern[2]) an Wasserstoff und Helium, die Polarisation der Spektrallinien von Spektren höherer Atomnummer, vornehmlich der Edelgase Neon und Argon, untersucht. Das Ergebnis aller Arbeiten in dieser Richtung war die Feststellung, daß der genannte Effekt bei einfachen und komplizierten Spektren vorhanden ist und in spezifischer Weise von der Art der Spektrallinie abhängt. Es war daher zu vermuten, daß auch der Effekt der Intensitätsdissymmetrie, welcher nach Stark ebenso wie die Polarisation die Folge eines axialen Atombaues ist, bei den oben genannten Spektren auftritt. Durch die vorliegende Arbeit wird das Beobachtungsmaterial über den Dissymmetrieeffekt erweitert, so daß nunmehr neben den Beobachtungen an Wasserstoff, Helium, Kohlenstoff, Sauerstoff und Quecksilber Polarisation und Intensitätsdissymmetrie gleichzeitig an zahlreichen Neon- und Argonlinien gemessen sind. Es wird dadurch ein weiterer Vergleich dieser beiden Effekte möglich, der für *H*-, *He*-, C^+- und O^+-Linien bereits von Stark und Verleger[1]) und für einige *Hg*-Linien von uns[2]) durchgeführt worden ist. In unserer Arbeit über die Polarisation der Lichtemission von *Ne* und *Ar*-Kanalstrahlen konnten wir von Neon mit ausreichender Intensität im sichtbaren Gebiet nur Bogenlinien beobachten, während bei Argon neben einigen Bogenlinien hauptsächlich die Funkenlinien auftreten. Als Gas im Stoßraum wurden *He* und H_2 gewählt, wobei bei den Neon-Linien wieder eine deutliche Vergrößerung des Effektes bei H_2 als Füllgas gegenüber *He* als Füllgas gefunden wurde.

1) H. Angenetter und H. Verleger, Physik. Zeitschr. **39**, 328, 1938.

2) J. Stark und H. Lunelund, Ann. d. Phys. **46**, 68, 1914; J. Stark, Die Axialität der Lichtemission und Atomstruktur, Polytechnische Buchhandlung Seydel, Berlin 1927; J. Stark und M. Schön, Physik. Zeitschr. **37**, 431, 1936; J. Stark und H. Verleger, Physik. Zeitschr. **38**, 357, 360, 1937; J. Stark, Zeitschr. f. d. ges. Naturwiss. **4**, 289, 1938.

2. Versuchsanordnung und photometrisches Verfahren

Zur Untersuchung der Intensitätsdissymmetrie wurde ein Kanalstrahlrohr verwendet, dessen Konstruktion in der Arbeit von Stark und

1) J. Stark und H. Verleger, Physik. Zeitschrift **38**, 873, 1937.

2) H. Angenetter und H. Verleger, l. c.

Verleger[1]) über diese Erscheinung beschrieben ist. Die Spiegelanordnung wurde in unveränderter Form übernommen. Wie schon in jener Arbeit besprochen wurde, ist die Verwendung der oberflächlich mit Aluminium belegten Spiegel nur beschränkte Zeit möglich. Durch die auf den unteren Spiegel auftreffenden Atome und Ionen findet eine Änderung des Reflexionsvermögens statt und die Spiegel werden unbrauchbar. Es zeigte sich nun bei unseren Aufnahmen, daß diese Veränderung nicht nur durch Bestäuben und Zerstäuben zustandekommt, sondern sicher auch chemischer Natur ist. Bei ausschließlicher Verwendung von Edelgasen, also z. B. bei Neon in Helium, war die Veränderung sehr gering, die Spiegel konnten ohne Erneuerung ungefähr 12 Stunden verwendet werden, ohne daß eine Änderung an der Intensitätsverteilung der Linienbilder beobachtet werden konnte. Dagegen tritt bei Wasserstoff als Stoßgas schon nach einer Betriebsdauer von 6 Stunden eine deutliche Zerstörung der Spiegel auf, die ihre weitere Verwendung unmöglich machte. Dies ist offenbar auf die chemische Reaktionsfähigkeit des Wasserstoffs zurückzuführen, die bei den Edelgasen fehlt. Man erkennt das Auftreten einer Zerstörung der Spiegel an einer Trennung der Bilder für 45° und 135° Beobachtungsrichtung vom direkten Bild. Eine mit solchen Spiegeln gemachte Aufnahme ist auch bei gleichmäßiger Veränderung beider Spiegel wertlos und zur Auswertung nicht zu gebrauchen.

Die Bestimmung des Intensitätsverhältnisses I_{45}/I_{135} geschah ebenfalls nach der in der Arbeit von J. Stark und H. Verleger angegebenen Methode, welche die durch den Dopplereffekt verursachte Wellenlängenänderung und damit veränderte Plattenempfindlichkeit berücksichtigt.

Um die Intensitätsdissymmetrie, hervorgerufen durch den Spektralapparat und die Spiegel, auszuschalten, wurden die Verhältnisse I_{45}/I_{135} auf die ruhenden Linien des gestoßenen Gases bezogen, wobei wir angenommen haben, daß das Intensitätsverhältnis aus Vorwärts- und Rückwärtsstrahlung Eins ist. Um nun auch schwächere Linien, welche lange Belichtungszeiten erfordern, auf die Intensität der ruhenden Wasserstoff- bzw. Heliumlinien beziehen zu können, wurden auf die langfristigen Aufnahmen, ohne die Entladung im Kanalstrahlrohr abzuschalten, bei gleichem Druck im Stoßraum Aufnahmen mit solcher Belichtungszeit gemacht, die eine mittlere Schwärzung der ruhenden Linien ergaben und auf dieses Intensitätsverhältnis die Schwärzungen der langfristigen Aufnahmen bezogen.

1) J. Stark und H. Verleger, Physik. Zeitschrift **38**, 873, 1937.

Durch Photometrierung von ruhenden Vergleichslinien (r) und der zu untersuchenden bewegten Linien (b) mittels des registrierenden Photometers der Reichsanstalt bei einer Vergrößerung von 1:15 und des photographischen Abdruckes eines Keiles bekannter Schwärzungsstufen wurden die Schwärzungsdifferenzen $(S_{45} - S_{135})_b$ und $(S_{45} - S_{145})_r$ ermittelt; es ergab sich dann in erster Näherung das photographische Intensitätsverhältnis

$$\left(\frac{I_{45}}{I_{135}}\right)_p = 1 + \frac{(S_{45} - S_{135})_b - (S_{45} - S_{135})_r}{m}$$

worin m den Schwärzungsfaktor der verwendeten Platte bezeichnet. Da infolge des Dopplereffektes I_{45} und I_{135} etwas verschiedene Wellenlänge hatten, mußte das so erhaltene photographische Intensitätsverhältnis noch entsprechend den photographischen Empfindlichkeiten e_{45} und e_{135} auf das energetische emissive Intensitätsverhältnis umgerechnet werden gemäß der Formel

$$\frac{I_{45}}{I_{135}} = \left(\frac{I_{45}}{I_{135}}\right)_p \cdot \frac{e_{135}}{e_{45}} .$$

Die Genauigkeit der Werte des Intensitätsverhältnisses I_{45}/I_{135} in den weiter unten folgenden Zahlentafeln beträgt ± 3 Einheiten in der zweiten Dezimale.

Als Plattenmaterial wurden Agfa I. S. S.-Platten verwendet mit einem mittleren Schwärzungsfaktor $m = 0{,}765$.

Als Spektrograph wurde der Steinheil-Spektrograph mit 3 Prismen und kurzer Brennweite benutzt, auf dessen Spalt die Bilder des Kanalstrahles mittels lichtstarkem Kondensor ungefähr 1:1 abgebildet wurden.

3. Neonkanalstrahlen

Die in der Zahlentafel I angegebenen Werte für die Intensitätsdissymmetrie der Neonkanalstrahlen sind Mittelwerte, welche aus mehreren Spektrogrammen erhalten wurden. Die untersuchten Linien sind ausnahmslos die ersten Glieder der Hauptserie $1s_i - 2p_k$. Andere Linien konnten im sichtbaren Gebiet auch nach mehrstündiger Belichtungszeit nicht mit einer zur Photometrierung hinreichenden Intensität erhalten werden.

In der Zahlentafel I sind für die beobachteten Neonbogenlinien die Intensitätsverhältnisse I_{45}/I_{135} für Helium und für Wasserstoff als durchlaufendes Gas angegeben. Die Polarisationswerte entstammen unserer früheren Arbeit.

Ein Vergleich der beiden Zahlreihen in Zahlentafel I für Helium bzw. Wasserstoff als Stoßgas zeigt, daß der Dissymmetrieeffekt in

Zahlentafel I

Neonbogenlinien

Mittlere Geschwindigkeit $2{,}3 \cdot 10^7$ cm/sec

$p_{He} = 0{,}22$ mm Hg, $p_{H_2} = 0{,}15$ mm Hg

Linie	Formel nach Paschen	Durchlaufendes Gas	Polarisation I_p/I_s	I_{45}/I_{135}
6678	$1s_2 - 2p_1$	He	0,92	1,29
		H_2		
6599	$1s_2 - 2p_2$	He	1,66	1,31
		H_2		1,63
6532	$1s_3 - 2p_7$	He	0,81	1,28
		H_2	0,73	1,56
6506	$1s_4 - 2p_8$	He	1,11	1,29
		H_2	0,98	1,62
6402	$1s_5 - 2p_9$	He	1,05	1,25
		H_2	0,92	1,48
6334	$1s_5 - 2p_8$	He	0,72	1,34
		H_2	0,73	1,70
6383	$1s_4 - 2p_7$	He	1,01	1,17
		H_2	0,97	1,26
6305	$1s_4 - 2p_6$	He	1,16	1,31
		H_2	1,12	1,34
6266	$1s_3 - 2p_5$	He	0,60	1,26
		H_2	0,40	1,42
6217	$1s_5 - 2p_7$	He	0,92	1,19
		H_2	0,86	1,30
6164	$1s_3 - 2p_2$	He	0,69	1,22
		H_2	0,53	1,38
6143	$1s_5 - 2p_6$	He	0,68	
		H_2	0,77	1,29
6096	$1s_4 - 2p_4$	He	1,09	1,24
		H_2	1,02	1,40
6074	$1s_4 - 2p_3$	He	0,93	1,19
		H_2	0,82	1,27
6030	$1s_4 - 2p_2$	He	1,11	1,12
		H_2	1,05	1,21
5975	$1s_5 - 2p_5$	He	0,93	1,25
		H_2	0,77	1,42
5945	$1s_5 - 2p_4$	He	0,71	1,19
		H_2	0,81	
5881	$1s_5 - 2p_2$	He		
		H_2	0,83	
5852	$1s_2 - 2p_1$	He	0,93	1,09
		H_2	0,83	

Wasserstoff durchweg größer ist als im Helium. In dieser Hinsicht verhalten sich also bei Neon Intensitätsdissymmetrie und Polarisation gleich, denn auch diese ist für alle Linien in Wasserstoff größer als in Helium. Damit ist nicht nur die Abhängigkeit der Axialitätseffekte von der Art des Stoßgases nachgewiesen, sondern auch gezeigt, daß beide Erscheinungen auf die gleiche Ursache zurückzuführen sind. Als solche haben wir schon in unserer Arbeit über die Polarisation den Einfluß der freien Elektronen im Stoßgas auf die Lichtemission der Kanalstrahlteilchen erwähnt, und finden diese Tatsache, welche von Stark, Ritschl und Bomke[1]), sowie von Stark und Verleger[2]) durch spezielle Versuche an Helium und Wasserstoff nachgewiesen wurde, abermals bei Neon bestätigt.

Dagegen unterscheiden sich die Ergebnisse dieser Arbeit in einem wesentlichen Punkt von den Resultaten, die wir bei der Polarisation erhalten haben. Während nämlich die Polarisation für die verschiedenen Linien $1s_i - 2p_k$ in ziemlich weiten Grenzen variiert und sowohl Quer- wie Längspolarisationen auftreten, überwiegt bei den gleichen Spektrallinien durchweg die Vorwärtsstrahlung, und zwar in einem Maße, das für die einzelnen Linien nicht stark voneinander abweicht. Dies ist insofern bemerkenswert, als bei allen Wasserstofflinien und den meisten Heliumlinien die Rückwärtsstrahlung überwiegt und die Linien längspolarisiert sind, während es beim Neon gerade umgekehrt ist.

Aus der Zahlentafel I ersieht man auch, daß der Effekt bei den Neonlinien im allgemeinen größer ist als bei den bisher untersuchten Spektrallinien von H, He, Hg, C^+ und O^+, wobei besonders die Linien 6599, 6506 und 6096 zu erwähnen sind. Die Linien mit dem Endzustand $1s_3 = 3s \cdot {}^3P_0$, welche eine starke Querpolarisation zeigen, weisen keinen dementsprechend großen Dissymmetrieeffekt auf, woraus geschlossen werden kann, daß die beiden Effekte offenbar nicht gleichsinnig auftreten. In Übereinstimmung mit den bisherigen Beobachtungen ist auch die Tatsache, daß die Polarisation der Spektrallinien stärker von der Art der Linie abhängt als die Intensitätsdissymmetrie. Für Neon in Helium schwankt der Wert von I_{45}/I_{135} zwischen 1,20 und 1,35, während das Verhältnis I_p/I_s Werte zwischen 0,60 und 1,22 annehmen kann.

4. Argonlinien

Im Spektrum der Argon-Kanalstrahlen im sichtbaren Gebiet wurden vornehmlich die Funkenlinien beobachtet, deren Resultate in der Zahlentafel II zusammengefaßt sind. Wie in der Arbeit über die Polarisation erwähnt, treten bei Wasserstoff als Stoßgas die Argonspektren nur mit sehr geringer Intensität auf, es wurden daher nur Spektrogramme mit Helium als Stoßgas aufgenommen.

1) J. Stark, R. Ritschl und H. Bomke, Physik. Zeitschr. **37**, 427, 1936.

2) J. Stark und H. Verleger, Physik. Zeitschrift **38**, 357, 1937.

Zahlentafel II

Argonfunkenlinien

Mittlere Geschwindigkeit $1{,}23 \cdot 10^7$ cm/sec
$p_{He} = 0{,}20$ mm Hg

Linie	Formel	Durchlaufendes Gas	Polarisation I_p/I_s	$\frac{I_{45}}{I_{135}}$
4880	$4s^2P_2 - 4p^2D_2$	*He*	1,00	1,11
4806	$4s^4P_3 - 4p^4P_3$	*He*	1,00	1,15
4765	$4s^2P_1 - 4p^2P_2$	*He*	1,00	1,21
4736	$4s^4P_3 - 4p^4P_2$	*He*	0,99	1,08
4727	$4s^2P_2 - 4p^2D_2$	*He*	0,99	1,26
4658	$4s^2P_2 - 4p^2P_1$	*He*	0,96	1,30
4609	$4s^2D_3 - 4p^2F_4$	*He*	1,00	0,95
4590	$4s^2D_2 - 4p^2F_3$	*He*	1,05	1,09
4579	$4s^2P_1 - 4p^2S_1$	*He*	0,99	1,23
4545	$4s^2P_2 - 4p^2P_2$	*He*	0,97	1,26
4482	$3d^2D_3 - 4p^2D_3$	*He*	0,97	1,25
4431	$3d^4D_2 - 4p^4P_4$	*He*	1,02	1,23
4426	$4s^4P_2 - 4p^4D_2$	*He*	1,18	1,10
4400	$4p^2P_2 - 5s^4P_1$	*He*	1,00	1,20
4379	$4s^4P_1 - 4p^4D_1$	*He*	1,03	1,23
4371	$3d^4D_4 - 4p^4P_3$	*He*	1,04	1,30
4331	$4s^4P_2 - 4p^4D_2$	*He*	1,03	1,14
4277	$4s^2D_3 - 4p^2P_2$	*He*	0,90	1,50
4266	$4s^4P_2 - 4p^4D_3$	*He*	0,98	1,35

Die Ergebnisse an den Argonbogenlinien, welche nur in sehr geringer Anzahl beobachtet wurden, sind in Zahlentafel III zusammengestellt.

Zahlentafel III

Argonbogenlinien

Mittlere Geschwindigkeit $1{,}23 \cdot 10^7$ cm/sec
$p_{He} = 0{,}20$ mm Hg

Linie	Formel nach Paschen	Durchlaufendes Gas	Polarisation I_p/I_s	$\frac{I_{45}}{I_{135}}$
4628	$1s_2 - 3p_8$	*He*	0,95	1,30
4300	$1s_4 - 3p_8$	*He*	1,02	1,23
4259	$1s_2 - 3p_1$	*He*	1,00	1,59

Man sieht, daß der Effekt der Intensitätsdissymmetrie sowohl bei den Argonfunken- wie bei den Argonbogenlinien von der gleichen Größe wie bei den Neonlinien ist, während die Polarisation dieser Linien durchweg sehr klein ist. Ein unmittelbarer Vergleich kann jedoch nicht zwischen Neon und Argon erfolgen, da es sich bei den Neonlinien um die ersten Glieder der Hauptserien handelt, dagegen beim Argon um die zweiten Glieder derselben Serien. Wohl aber kann wieder festgestellt werden, daß die beiden Effekte, Polarisation und Intensitätsdissymmetrie, sowohl in bezug auf den Träger des Spektrums, als auch auf die Art der emittierenden Linie voneinander abhängig sind.

5. Ergebnisse

1. Die Intensitätsdissymmetrie der untersuchten Neon- und Argonlinien ist durchwegs größer als Eins, d. h. es überwiegt die Intensität der Vorwärtsstrahlung. Eine Abhängigkeit des Effektes von der Art der Linie und dem Träger des Spektrums ist sichergestellt.
2. Bei den Neonbogenlinien $1s_i - 2p_k$ variiert das Verhältnis I_{45}/I_{135} bei Helium als durchlaufendes Gas in den Grenzen 1,20—1,30, bei Wasserstoff als durchlaufendes Gas in den Grenzen 1,20—1,70. Der Effekt ist in Übereinstimmung mit den Erscheinungen der Polarisation in Wasserstoff durchweg größer als in Helium. Dadurch ist gezeigt, daß beide Axialitätseffekte auf die gleichen Ursachen bei der Emission zurückzuführen sind.
3. Bei Argon ist der Effekt sowohl an den Funken- wie auch an den Bogenlinien von der gleichen Größe wie beim Neon.

Herrn Präsident Prof. Dr. J. Stark danken wir für die Anregung zu dieser Arbeit und für seine fördernden Hinweise. Der eine von uns (H. Angenetter) möchte auch an dieser Stelle der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die Erteilung eines Stipendiums seinen Dank aussprechen.

Bei der Durchführung der vorstehenden Untersuchung wurden wir von den technischen Sekretären Lesche und Stenzel wirksam unterstützt. Beiden Herren sei an dieser Stelle gedankt.

Charlottenburg, im Dezember 1938.

(Eingegangen 29. Dezember 1938)

Untersuchungen an Glühlampen bei Wechselstrom

Von W. Leo

Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt

Über die Temperatur- und Helligkeitsschwankungen von Glühlampen bei Wechselstrombetrieb liegt bereits eine größere Zahl von Untersuchungen vor[1]). Die älteren Arbeiten erstrecken sich jedoch überwiegend entweder auf die dem Auge wahrnehmbare, bei Beleuchtungszwecken störende Flimmererscheinung oder auf rechnerische Untersuchung des Energieverlaufs wechselstromgeheizter Glühfäden. Erst neuerdings ist im Hinblick auf die Möglichkeit der Verwendung von Glühlampen für Zwecke der

1) Vgl. Anmerkungen S. 117—118.

Lichttelephonie ein allgemeineres Interesse an der Frage der Modulierbarkeit solcher Lampen entstanden, doch finden sich im Schrifttum bisher nur wenige gesicherte Messungen mit neueren Verfahren und auch solche nur an einer geringen Zahl von Lampensorten. Die bisherigen Ergebnisse sind teilweise schwer miteinander vergleichbar, da sie unter verschiedenen Voraussetzungen gewonnen worden sind.

Für die Beurteilung der Modulierbarkeit von Glühlampen ist im wesentlichen die Kenntnis folgender Zusammenhänge Voraussetzung:

1. Welche Temperaturschwankung erreicht ein Glühfaden gegebener Lampenart bei bestimmter Wechselstromleistung und Frequenz?
2. Wie hängt die Temperaturmodulation von der zugeführten Wattleistung und Frequenz ab?
3. Welche Eigenschaften muß eine Glühlampe besitzen, um einer gegebenen Wechselenergie mit möglichst hoher Temperaturmodulation zu folgen?
4. Wieweit läßt sich durch Gleichstromzugabe eine Steigerung der Modulation gegenüber reinem Wechselstrombetrieb erreichen?
5. Welche Verzerrungen und Klirrfaktoren treten im Temperaturverlauf des Lampenfadens gegenüber der aufgeprägten Wechselstromkurve ein?
6. In welcher Beziehung steht die erreichte Temperaturschwankung des Lampenfadens zur Helligkeitsmodulation in den verschiedenen Spektralgebieten?

Erst aus der Beantwortung aller dieser Fragen läßt sich ein Überblick über das Verhalten solcher Lampen bei höheren Modulationsgraden und über die technische Verwendbarkeit in der Lichttelephonie gewinnen. Wir haben im nachstehenden versucht, an Hand der Theorie des Temperaturverlaufs wechselstromgeheizter Drähte und auf Grund neuerer Messungen an hochmodulierten Lampen eine übersichtliche Darstellung zur Beantwortung obiger Fragen zu geben. Es zeigt sich dabei, daß man über den spektralen Modulationsgrad bei gegebener Temperaturschwankung allgemeine Beziehungen aus dem Strahlungsgesetz herleiten kann.

1. Die Temperaturmodulation bei reinem Wechselstrom

Eine eingehende Theorie des Temperaturverlaufs wechselstromgeheizter Glühfäden ist von Corbino[1]), Cath[2]) und in erweiterter Form auch für modulierte Gleichstromheizung von Köhler[3]) entwickelt worden. Die Theorie zeigt, daß ein mit sinusförmigem Wechselstrom gespeister Glühfaden einen wiederum nahezu sinusförmigen Temperaturverlauf erfährt, dessen Phase je nach der Wärmeträgheit des Fadens hinter der Wechselstromphase zurückbleibt und dessen Amplitude im wesentlichen von der zugeführten mittleren Stromleistung, der Wechselfrequenz und der Wärmekapazität des Fadensystems abhängt.

Die Frequenz der Temperaturschwankung ist bei reinem Wechselstrombetrieb bekanntlich die doppelte der angelegten Wechselfrequenz, da die zeitliche Energieaufnahme des Glühfadens dem Quadrat des Stromverlaufs folgt. Bei hinreichender Gleichstromzugabe, auf die weiter unten eingegangen wird, kann ein Temperaturwechsel in der Frequenz der angelegten Wechselspannung mit erheblich gesteigerter Amplitude erreicht werden[1]).

In jedem Fall ist die Amplitude der Temperaturschwankung proportional der zugeführten Wechselstromleistung und umgekehrt proportional zur Wechselfrequenz und zur Wärmekapazität des Glühfadensystems. Nach Cath[2]) gilt für Betrieb mit reinem Wechselstrom die einfache Beziehung

$$\Delta T = T_{\max} - T_{\min} = \frac{0{,}48\,W}{4\pi\nu m c_p}, \qquad (1)$$

worin W die Wattaufnahme des Glühfadens, m das Fadengewicht in Gramm, ν die Wechselfrequenz und c_p die spezifische Wärme des Fadenmaterials in cal/g ist. Die Temperaturschwankung des Fadens hat dabei gegenüber der Phase des zugeführten Wechselstroms eine Phasenverschiebung um den Winkel φ, der gegeben ist durch

$$\operatorname{tg}\varphi = 1{,}75\,\frac{\Delta T}{T}, \qquad (2)$$

wobei $\Delta T/T$ das Verhältnis der Temperaturschwankung zur mittleren absoluten Fadentemperatur ist.

Als Fadenmaterial für Glühlampen kommt fast ausschließlich Wolfram in Frage. Die Atomwärme von Wolfram bei Temperaturen von 2000 bis 2400° abs. beträgt nach Messungen von Zwicker[3]) etwa 7,8 bis 8,2[4]), die spezifische Wärme, bezogen auf 1 g, daher etwa 0,04 bis 0,045 cal/g. Setzt man den mittleren Wert 0,042 in obige Formel (1) ein, so erhält man

$$\Delta T_{\text{Wolfram}} = \frac{0{,}91\,W}{\nu m}, \qquad (3)$$

1) O. M. Corbino, Physik. Zeitschr. **11**, 413, 1910.
2) P. G. Cath, De Ingenieur (E) **50**, 101, 1935.
3) H. Köhler, E. N. T. **15**, 111, 1938.

1) W. Leo, Physik. Zeitschr. **39**, 201, 1938.
2) a. a. O.
3) Zwicker, Physica **8**, 329, 1928.
4) Vgl. auch Landolt-Börnstein, Erg.-Bd. II, Teil 2, S. 1169.

worin W wieder die Wattaufnahme, v die Wechselfrequenz und m das Gewicht des Fadensystems in Gramm ist.

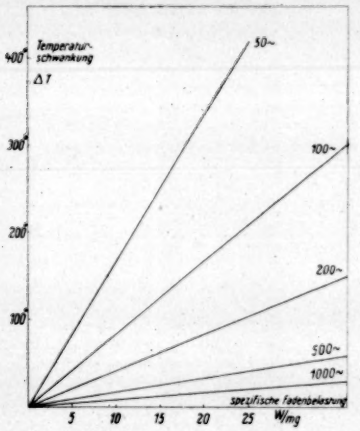


Abb. 1. Temperaturschwankung von Wolframfäden bei reinem Wechselstrom.

Trägt man die hiernach berechneten Werte von ΔT für verschiedene Wechselfrequenzen in Abhängigkeit von der spezifischen Fadenbelastung Watt/mg Fadengewicht graphisch auf, so erhält man eine Schar von Geraden, wie sie in Abb. 1 dargestellt ist, aus der man die Temperaturschwankung eines Wolframfadens für einen weiten Belastungs- und Frequenzbereich entnehmen kann, sobald das Gewicht des Fadensystems ermittelt ist.

Die Gültigkeit der obigen Formelbeziehung (1) ist von v. Liempt und de Vriend[1]) für eine Reihe verschiedener Lampen – und zwar geradfädige und gewendelte, Vakuum- und gasgefüllte Lampen – bei einer Frequenz von 21,5 Hz experimentell geprüft und in befriedigender Übereinstimmung mit den Messungen befunden worden. Die Meßwerte sind allerdings nur bei der einen Frequenz und auf einem indirekten Wege durch photometrische Bestimmung der Helligkeitsschwankung gewonnen. Wir haben daher an dünnfädigen Lampen eingehendere Messungen der Temperaturschwankung auf unmittelbarem pyrometrischem Wege vorgenommen, und zwar über einen größeren Belastungs- und Frequenzbereich.

1) J. A. M. v. Liempt und J. A. de Vriend, Zeitschr. f. Phys. **100**, 263, 1936.

2. Pyrometrische Bestimmung der Temperaturschwankung

Zur Messung der Temperaturschwankung unserer Versuchslampen benutzten wir eine Anordnung nach Abb. 2. Die Lampe L wurde mit der einstellbaren Wechselfrequenz eines Schwebungssummers über einen Kraftverstärker betrieben; der Lampenfaden wurde in bekannter Weise mit einem kurzbrennweitigen Mikropyrometer von Siemens[1]) vergrößert am Ort des Pyrometerfadens, abgebildet. Im Strahlengang des Pyrometers war eine umlaufende Sektorenscheibe S angeordnet, deren Drehzahl mit einem feinregelbaren Gleichstrommotor auf die Frequenz des modulierenden Lampenwechselstroms (Schwebungssummer) akustisch synchronisiert wurde. Die Temperaturangabe des Pyrometers mit laufender Sektorscheibe wurde bei Gleichstrombetrieb der Lampe geeicht. Zur Erreichung höherer Meßgenauigkeit wurde am Ort des zu pyrometrierenden Lampenfadens eine großflächige, mit Gleichstrom geheizte Bandlampe B abgebildet und auf gleiche pyrometrische Temperatur mit dem zu messenden Objekt gebracht, so daß das Meßobjekt und der Pyrometerfaden

Abb. 2. Anordnung zur pyrometrischen Bestimmung der Temperaturschwankung wechselstromgeheizter Glühlampen. L = Prüflampe, P = Mikropyrometer, S = rotierende Sektorscheibe, B = Bandlampe, U = Schaltgerät für Überlagerung von Gleich- und Wechselstrom.

1) Für die leihweise Überlassung dieses Geräts ist der Verfasser Herrn Dr. Lieneweg zu Dank verpflichtet.

Zahlentafel I

Wolframwendel, 11 μ Durchmesser, gestreckt 30 mm lang, Gewicht 0,05 mg, Betrieb mit reinem Wechselstrom

Belastung		HK	Absolute Fadentemperatur in °	Temperaturschwankung $T_{max} - T_{min}$			
				50 ~		120 ~	
Watt	Watt/mg			beobachtet in °	berechnet in °	beobachtet in °	berechnet in °
0,18	3,6	0,001	1500	60	66	—	27,5
0,21	4,2	—	1550	78	75	—	32
0,25	5,0	0,018	1620	90	91	35	38
0,30	6,0	—	1690	100	108	—	45
0,35	7,0	0,10	1750	115	127	50	52
0,40	8,0	0,37	1810	125	145	—	60
0,46	9,2	—	1870	140	167	60	70
Platinstreifen 1,5 · 2,0 · 0,0005 mm, Gewicht 0,032 mg							
0,25	7,8	0,001	1320	135	140	50	58
Platinstreifen 1,5 · 2,0 · 0,0002 mm, Gewicht 0,012 mg							
0,15	12,5	—	1220	205	225	90	95

im Gesichtsfeld des Pyrometers gleichzeitig auf dem gleichmäßig leuchtenden Grunde zum Verschwinden gebracht werden konnten. Auf diese Weise war durch entsprechende Einstellung der Drehzahl der Sektorscheibe die Temperaturschwankung des zu messenden Lampenfadens stroboskopisch sehr deutlich gegen den leuchtenden Grund der Bandlampe sichtbar zu machen und im Maximum und Minimum der Schwankung zu pyrometrieren.

Die Meßgenauigkeit jeder Einzelmessung betrug bei diesem Verfahren absolut etwa $\pm$ 10°, die Genauigkeit der Maximum- und Minimumbestimmung gegeneinander etwa $\pm$ 5°. Im Pyrometer sind dabei die Temperaturabweichungen, die sich örtlich längs der Fadenwindungen oder von Fadenmitte gegen Fadenende ausbilden, deutlich erkennbar. Die oben angegebenen Zahlenwerte beziehen sich auf Fadenstellen mittlerer wirksamer Temperatur (siehe Zahlentafel I).

Obige Zahlenwerte zeigen, daß die Näherungsformel (3) für sehr verschiedene Lampentypen und bei verschiedenen Belastungen in der Tat weitgehend erfüllt ist, wir messen allerdings durchweg etwas kleinere Schwankungsbeträge, als sie der Berechnung entsprechen und als sie v. Liempt und de Vriend aus photometrischer Beobachtung erhalten haben[1]). Insbesondere zeigt sich, daß die beobachteten Werte mit steigender Belastung etwas hinter den berechneten Werten, d. h. hinter der strengen Proportionalität mit der Wattbelastung der Lampe zurückbleiben. Dies dürfte seinen Grund in der Zunahme der spezifischen Wärme des Fadenmaterials bei steigender Temperatur haben, so daß man zur genaueren Berechnung auch die Änderung von c_p in Gleichung (1) berücksichtigen müßte. Für eine angenäherte Bestimmung des Schwankungsumfanges ist aber die Näherungsformel (3) oder das Kurvenbild der Abb. 1 völlig ausreichend.

1) a. a. O., Anm. 1, S. 118.

3. Temperaturschwankung bei moduliertem Gleichstrom

Wie oben erwähnt, kann durch Gleichstromzugabe zum modulierenden Wechselstrom erreicht werden, daß die Frequenzverdopplung, die in der Temperaturschwankung des Lampenfadens bei reinem Wechselstrombetrieb auftritt, vermieden wird. Gleichzeitig steigt die Amplitude der Temperaturschwankung erheblich, auch wenn der Wechselstromanteil im Stromkreis der Lampe im gleichen Maß herabgesetzt wird, wie der Gleichstromanteil zunimmt.

Der Verfasser hat in einer früheren Arbeit[1]) die Amplitudenverhältnisse näher untersucht, die sich bei Überlagerung von Gleich- und Wechselstrom in verschiedenen Anteilen bei quadratischen Stromverbrauchern ergeben. Es zeigt sich dabei, daß die größte Energieschwankung im Verbraucher erreicht wird, wenn die quadratischen Anteile von Gleich- und Wechselstrom sich wie 1:2 verhalten, während bei dem

1) Vgl. Anm. 1, S. 117.

umgekehrten Anteilverhältnis 2:1 die Doppelwelle der angelegten Wechselfrequenz verschwindet, der Verbraucher – im vorliegenden Fall die Glühlampe – also Energieschwankungen in der Frequenz der angelegten Wechselspannung ausführt. Bei Verwendung von Glühlampen für Zwecke der Lichttelephonie ist es also in jedem Fall erforderlich, eine hinreichende Gleichstromvorgabe von der Größe der Wechselstromamplitude zu benutzen, um die Sprachfrequenz richtig wiederzugeben.

Bei dem erstgenannten Anteilverhältnis 1:2, das einer Gleichstromzugabe im Betrage der halben Wechselstromamplitude entspricht, erreicht die Lampe ihre größte Temperaturschwankung bei gegebener Gesamtbelastung. Der Klirrfaktor beträgt in diesem Fall allerdings noch 25 Proz. (siehe nächsten Abschnitt), da die Gleichstromvorgabe durch die Wechselmodulation übersteuert ist. Die Energieschwankung ist bei dieser Gleichstromzugabe 1,8mal so groß wie bei Betrieb mit reinem Wechselstrom. Da überdies die Frequenzverdopplung fortfällt und der Grundfrequenz nach Gleichung (1) S. 117 wiederum die doppelte Temperaturamplitude des Fadens entspricht wie der Oberwelle, so kann theoretisch bei günstigem Gleichstromanteil eine 3,6fache Temperaturschwankung auftreten wie bei gleicher Lampenbelastung ohne Gleichstromvorgabe.

Tatsächlich haben wir Werte nach Zahlentafel II gemessen.

Den letzten Wert halten wir für fraglich. Die übrigen Zahlen zeigen, daß die Steigerung der Temperaturschwankung der Lampe tatsächlich erheblich ist und bei sehr dünnen Bandlampen den berechneten Grenzwert erreicht. Die Modulationssteigerung gegenüber reinem Wechselstrombetrieb scheint um so größer zu sein, je größer die Abstrahlungsoberfläche bei gegebenem Gesamtgewicht des Leuchtsystems der Lampe ist.

Zahlentafel II

T absolut in °	Wolframwendel 11 μ ∅ Temperaturschwankung in ° bei 250 ~		Faktor gegen reinen Wechselstrom
	reiner Wechselstrom	Gleich- + Wechselstrom	
1690	20	50	2,5
1810	25	65	2,6
1980	30	78	2,6
	Platinstreifen 0,5 μ		
1320	26	95	3,7
	Platinstreifen 0,2 μ		
1220	45	175	3,9

4. Der Klirrfaktor des Temperaturverlaufs

Wie oben ausgeführt wurde, erfolgt der Temperaturwechsel des Lampenfadens bei Betrieb mit reinem sinusförmigem Wechselstrom wieder in einem sinusförmigen Verlauf, wobei die Temperaturkurve gegen die angelegte Wechselspannung phasenverschoben ist [Gleichung (2), S. 117] und die doppelte Frequenz besitzt wie die Wechselspannung. Die Modulationsfrequenz wird also von dem Temperaturverlauf der Lampe mit dem Klirrfaktor ∞ wiedergegeben. Mit zunehmender Gleichstromzugabe vermindert sich der Klirrfaktor, und zwar kann man seine Größe berechnen, wenn man aus dem Verlauf der angelegten Spannung unter Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit von Widerstand und Wärmekapazität des Lampenfadens dessen zeitlichen Energieverlauf als Funktion von $\sin \pi\omega t$ entwickelt. Ist

$$U = U_0(1 + p \sin \omega t) \qquad (4)$$

die an der Lampe liegende Gleich- und Wechselspannung, worin $p = A/U_0$ den Modulationsgrad der Spannung, d. h. das Verhältnis der Amplitude der modulierenden Wechselspannung zur vorgegebenen Gleichspannung angibt, so erhält man nach einer von H. Köhler[1]) gegebenen Näherungsrechnung für den zeitlichen Temperaturverlauf der Lampe eine Funktion von der Form:

$$T = T_0 \left\{ 1 - \frac{W'}{\omega T_0} \cdot \frac{2}{1 + p/2} \left[p \cdot \sin(\omega t + \varphi_1) + \frac{1}{8} p^2 \cos(2\omega t + \varphi_2) \right] \right\}. \qquad (5)$$

Daraus ergibt sich als Klirrfaktor des Temperaturverlaufs, d. h. als Verhältnis der Amplitude der Oberwelle zur Grundfrequenz die Größe

$$k = \frac{1}{8} p. \qquad (6)$$

Die an die Lampe angelegte Wechselspannung wird also von dem Temperaturverlauf mit einem Klirrfaktor wiedergegeben, der dem Modulationsgrad der Lampenspannung bzw. der Stromaus-

1) H. Köhler, E. N. T. **15**, 113, 1938.

steuerung proportional ist. Die Abhängigkeit des Klirrfaktors von den quadratischen Gleich- und Wechselstromanteilen ist in Abb. 3 graphisch dargestellt. Wenn hohe Anforderungen an die

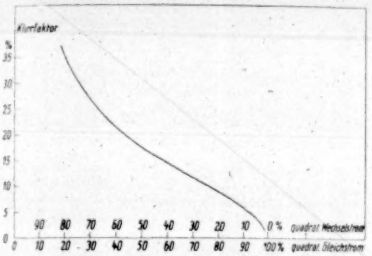


Abb. 3. Klirrfaktor des Temperaturverlaufs einer Glühlampe bei modulliertem Gleichstrom.

Güte der Modulationswiedergabe gestellt werden, ist es hiernach erforderlich, mit geringem Modulationsgrad, d. h. mit hoher Gleichstromvorgabe zu arbeiten. Eine saubere Frequenzwiedergabe durch Glühlampen ist also nur mit kleinen Amplituden möglich.

5. Helligkeitsmodulation bei gegebener Temperaturschwankung

Aus dem Temperaturverlauf eines Leuchtfadens, dessen Amplitude sich nach dem oben Gesagten bei gegebener Wattbelastung und Wechselfrequenz weitgehend vorausbestimmen läßt, ergibt sich auch der Helligkeitswechsel und der spektrale Modulationsgrad der Lampe.

Der Zusammenhang zwischen Temperatur und Lichtemission von Wolfram ist z. B. von Zwicker[1]) eingehend untersucht und in Tafeln festgelegt.

Um einen allgemeinen Überblick über die Helligkeitsmodulation zu gewinnen, die bei einer bestimmten Temperaturschwankung des Lampenfadens erreicht wird, ist es jedoch zweckmäßig, die aus dem Strahlungsgesetz sich ergebenden Zusammenhänge zu betrachten. Wenn die Lichtmodulation mit einem selektiven Empfänger beobachtet wird, so ist für die Größe der Energieschwankung am Empfänger der Modulationsgrad desjenigen Spektralbereichs der Lampenstrahlung maßgebend, für den der Empfänger (Photozelle) empfindlich ist. Der spektrale Modulationsgrad ändert sich aber bei gegebener Temperaturschwankung der Lampe von Wellenlänge zu Wellenlänge erheblich.

1) C. Zwicker, Diss. Amsterdam 1925.

Die am Empfänger wirksame Amplitude der Energieschwankung ist

$$\Delta E = M \cdot E_0 , \qquad (7)$$

worin E_0 die mittlere Strahlungsenergie der Lampe am Empfangsort und M den spektralen Modulationsgrad für die Wellenlänge des Empfindlichkeitsschwerpunktes des Empfängers darstellt. Man kann dafür schreiben

$$M = \frac{E_2 - E_1}{E_0} , \qquad (7a)$$

d. h. zur Bestimmung des spektralen Modulationsgrades muß die relative Energieschwankung der Lampe zur mittleren Energie für jede Wellenlänge ermittelt werden.

Für den schwarzen Körper ist der Zusammenhang zwischen Temperatur und Emission bekannt. Für einen Wolframstrahler, wie ihn die Glühlampe darstellt, bleibt jeder Emissionswert E hinter der entsprechenden schwarzen Strahlung um den Faktor zurück, der dem Emissionsvermögen von Wolfram bei der gegebenen Temperatur und Wellenlänge entspricht.

Es ist jedoch bekannt, daß für Wolfram oder Platin das spektrale Emissionsvermögen sich nur in geringem Grade mit der Temperatur ändert[1]).

Bei $\lambda = 0{,}8\ \mu$ fällt das Emissionsvermögen von Wolfram beispielsweise zwischen 1300° und 2100° abs. nur um 4 Proz., d. h. um 0,5 Proz. auf 100° Temperaturänderung. Bei $\lambda = 1{,}25\ \mu$ bleibt das Emissionsvermögen bei allen untersuchten Temperaturen konstant. Erst bei $2\ \mu$ ändert es sich im selben Temperaturintervall um 20 Proz. in entgegengesetzter Richtung, d. h. um etwa 3 Proz. auf je 100° Temperaturänderung. Für Spektralgebiete, die für normale Empfänger in Frage kommen und im Bereich von Temperaturschwankungen, die mit Wechselstrommodulation überhaupt erreichbar sind, bleibt also das Emissionsvermögen innerhalb einer Wellenlänge völlig unabhängig von der Temperatur.

Bei Betrachtung der monochromatischen Modulation tritt daher der Faktor des Emissionsvermögens im Zähler und Nenner der Gleichung (7a) mit gleichem Betrage auf, d. h. der spektrale Modulationsgrad M ist von dem Betrag des Emissionsvermögens unabhängig und läßt sich innerhalb der angegebenen Gültigkeitsgrenzen aus dem Strahlungsgesetz berechnen, als ob es sich um einen schwarzen Körper handelte. Was für die einzelne Wellenlänge gilt, gilt dabei auch für einen beliebigen, vom Empfänger herausgegriffenen Wellenlängenbereich, wenn unter E_2, E_1 und E_0 die über den Spektralbereich gemittelten Energiewerte des schwarzen Körpers gegebener Temperatur und Temperaturschwankung verstanden werden.

1) Vgl. W. E. Forsythe und A. G. Worthing, Astrophys. Journ. **61**, 146–185, 1925.

Spektrale Emission und Temperatur stehen dabei nach der einfacheren Wienschen Form des Strahlungsgesetzes in der bekannten Beziehung

$$\lg \text{nat}\left(\frac{E_2}{E_1}\right) = \frac{c}{\lambda}\cdot\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right) \approx \frac{c}{\lambda}\cdot\frac{\Delta T}{T_m^2}, \quad (8)$$

worin $c = 1{,}43$ die Strahlungskonstante, ΔT die Temperaturschwankung und T_m die mittlere Fadentemperatur der Lampe ist.

Die Gleichung (7a) läßt sich, da

$$E_0 = \tfrac{1}{2}(E_2 + E_1)$$

ist, in der Form schreiben:

$$M = \frac{2\left(\frac{E_2}{E_1}-1\right)}{\frac{E_2}{E_1}+1} \quad (7b)$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{2+M}{2-M}. \quad (7c)$$

Durch Einsetzen in Gleichung (8) erhält man

$$\log \text{nat}\left(\frac{2+M}{2-M}\right) = \frac{c}{\lambda}\cdot\frac{\Delta T}{T_m^2}. \quad (9)$$

Man sieht hieraus, daß der Modulationsgrad der Lampenstrahlung mit zunehmender Wellenlänge, also nach Rot hin, abnimmt und daß er dem Betrage nach von der Größe $\Delta T/T_m^2$ abhängt, die man als reziproke Temperaturschwankung ($1/T_1 - 1/T_2$) bezeichnen könnte. Die Abhängigkeit des Modulationsgrades M von dem Quotienten $\Delta T/T_m^2$ ist in Abb. 4 für den Wellenlängenbereich von 0,2–3 μ dargestellt. Man sieht in logarithmischem Maß den starken Abfall der spektralen Modulation mit zunehmender Wellenlänge und die in einem weiten Bereich logarithmische Zunahme der Modulation mit steigender Temperaturschwankung. Lediglich in der Nähe des Höchstwertes 2 biegen die Modulationswerte asymptotisch um[1]).

Die Größe $\Delta T/T_m^2$ läßt sich aus der Formel (1) oder (3) oder aus der graphischen Darstellung Abb. 1 für jede Lampe und Wechselfrequenz mit hinreichender Annäherung entnehmen, wenn die spezifische Fadenbelastung und die mittlere Lampentemperatur bekannt sind. Als Beispiele haben wir in der nachstehenden Zahlentafel III für verschiedene Lampen und Wechselfrequenzen die gefundenen Werte von $\Delta T/T_m^2$, für eine dünndrähtige Wendellampe außerdem den Gang mit der Temperatur und daneben die zugehörigen Werte der Strahlungsmodulation im mittleren sichtbaren Gebiet bei 0,6 μ zusammengestellt.

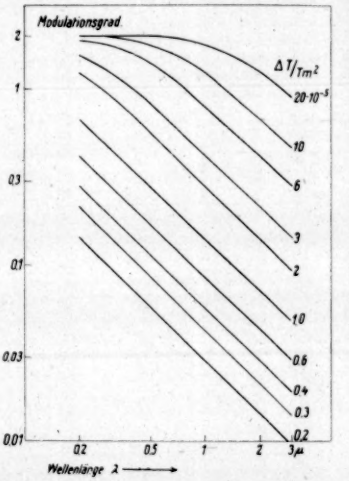


Abb. 4. Spektrale relative Modulation für verschiedene relative Temperaturschwankungen $\Delta T/T_m^2$ zwischen 0,2 und $20\cdot10^{-5}$.

Diese Tabelle zeigt,

1. daß der Modulationsgrad der Strahlung im sichtbaren Gebiet auch für dünndrähtige Lampen und niedrige Tonfrequenzen (250 Hz) ziemlich niedrig wird und naturgemäß bei steigender Wechselfrequenz weiterhin sinkt;
2. daß bei Gleichstromzugabe die Steigerung der Temperaturamplitude auch eine Steigerung des Modulationsgrades etwa um den Faktor 2 bis 3 bewirkt;
3. daß der Quotient $\Delta T/T_m^2$ und damit der Modulationsgrad der Lampe bei gegebener Frequenz nur wenig mit der Belastung der Lampe zunimmt[1]).

1) Daß hier die volle Modulation mit dem Zahlenwert 2 an Stelle von 1 auftritt, hat seinen Grund darin, daß in der obigen Betrachtung nicht die Schwankungsamplituden von Temperatur und Strahlung gegen den jeweiligen Mittelwert, sondern die Gesamtschwankung vom Maximum bis zum Minimum, also das Doppelte der Amplitude, eingesetzt ist. Dies geschah aus Gründen des leichteren Anschlusses an die Messungen (vgl. Abschnitt 6).

1) Da die Amplitude der Temperaturschwankung nach Gleichung (1), S. 117, fast proportional der Wattaufnahme, diese aber nahezu proportional der 5. Potenz der absoluten Fadentemperatur der Lampe ist, so wird annähernd $\Delta T/T^5 = \text{konst}$. Infolge des Zurückbleibens der Temperaturschwankung hinter der Proportionalität mit der Belastung (vgl. S. 119) steigt jedoch der Quotient $\Delta T/T^2$ in einem weiten Belastungsbereich nur langsam an.

Zahlentafel III

$\Delta T/T^2$ und Modulationsgrad verschiedener Lampen bei 0,6 μ

	Bei reinem Wechselstrom				Gleich- + Wechselstrom	
	50 ~ —		250 ~		250 ~	
	$\Delta T/T_m^2$	M	$\Delta T/T_m^2$	M	$\Delta T/T_m^2$	M
Vakuumwendel[1]) 2400°	$0{,}8 \cdot 10^{-5}$	0,19	—	—	—	—
Doppelwendel Nitra[1]) 2550°	1,38	0,32	—	—	—	—
Wolframwendel 11 μ 1550°	3,1	0,71	—	—	—	—
1620°	3,4	0,77	—	—	—	—
1690°	3,5	0,79	$0{,}7 \cdot 10^{-5}$	0,17	$1{,}8 \cdot 10^{-5}$	0,42
1810°	3,8	0,85	—	—	—	—
1870°	4,0	0,89	0,83	0,20	2,15	0,50
Platinstreifen 0,5	7,7	1,44	1,4	0,33	5,0	1,07
0,2	13,4	1,82	2,65	0,61	10	1,66

1) Nach Angaben von v. Liempt und de Vriend, Zeitschr. f. Phys. **100**, 266, 1936.

6. Messung des spektralen Modulationsgrades

Zur Kontrolle der oben abgeleiteten Beziehung (9) haben wir an einer Reihe von Lampen, deren Temperaturamplitude und Mitteltemperatur nach der oben beschriebenen Methode pyrometrisch ermittelt war, den optischen Modulationsgrad in verschiedenen Spektralbereichen bestimmt. Und zwar gingen wir dazu in üblicher Weise so vor, daß das Verhältnis der Helligkeitsschwankungen gemessen wurde, die die Lampe einmal bei Wechselstromheizung, das andere Mal bei gleicher Belastung mit Gleichstrom und Unterbrechung des Strahlenganges durch eine umlaufende Lochscheibe hervorbringt. Wenn man dafür sorgt, daß in beiden Fällen der auf eine Photozelle fallende Lichtwechsel sinusförmig verläuft, so liefert das Verhältnis der über einen Verstärker gemessenen Zellenwechselströme

$$\frac{I_{\text{Wechselheizung}}}{I_{\text{Lochscheibe}}} = M$$

den Modulationsgrad der Lampe für den Spektralbereich, in dem die Zelle empfindlich ist. Durch Benutzung von Zellen verschiedener spektraler Empfindlichkeit und Vorschaltung von Farbfiltern läßt sich auf diese Weise der Modulationsgrad der Lampe für verschiedene Spektralbereiche messen.

Abb. 5 zeigt zunächst für eine ungefilterte dünnfädige Wendellampe und eine rotempfindliche Photozelle die Abhängigkeit der gemessenen Helligkeitsschwankung bei 90 ~ Wechselstrom und der mittleren Lampenhelligkeit (Lochscheibenunterbrechung) von der absoluten Fadentemperatur. Aus der Konvergenz beider Kurven ergibt sich der langsame Anstieg des Modulationsgrades $M_T/M_L = M$ mit steigender Lampentemperatur; dieser Anstieg ist teilweise durch den zunehmenden Blaugehalt der Lampenstrahlung bedingt, da der Zunahme an kürzeren Wellenlängen nach Gleichung (9) (Abb. 4) immer ein steigender Modulationsgrad entspricht.

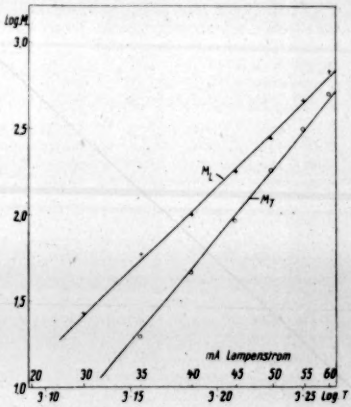


Abb. 5. Helligkeitsschwankung bei Lochscheibenunterbrechung (M_L) und Wechselstromheizung von 90 ~ (M_T).

In Zahlentafel IV sind schließlich für verschiedene, durch Farbfilter in Kombination mit selektiv empfindlichen Zellen ausgegrenzte Filterbereiche die gemessenen und die aus den Temperaturschwankungen berechneten Modulationswerte verschiedener Lampen zusammengestellt.

Die gemessenen und die nach Gleichung (9) berechneten Werte sind in befriedigender Übereinstimmung, so daß man also für eine gegebene

Zahlentafel IV

Lampe	Frequenz in Hz	T_m in °	ΔT in °	$\Delta T/T_m^2$	Zellenschwerpunkt in μ	Modulationsgrad berechnet	Modulationsgrad gemessen
6/0,04	60	1810	185	$5{,}6 \cdot 10^{-5}$	0,43	1,46	1,44
6/0,04	60	1840	200	5,9	0,75	1,04	1,10
6/0,04	250	1650	35	1,3	0,8	0,23	0,215
6/0,04	80	1700	120	4,2	1,3	0,47	0,45
Platin 05	250	1320	95	5,4	0,85	0,84	0,85
Platin 02	250	1220	170	11,5	0,9	1,46	1,51

Temperaturmodulation der Lampe den spektralen Verlauf der Strahlungsmodulation nach Abb. 4 als weitgehend gültig ansehen kann.

7. Allgemeine Folgerungen

An Hand der vorstehend geschilderten Zusammenhänge zwischen Wechselstrombelastung, Frequenz, Temperaturamplitude und spektraler Strahlungsmodulation lassen sich über den Grad der Modulierbarkeit folgende allgemeine Aussagen machen:

1. Der Modulationsgrad gängiger Lampentypen bei Wechselstrombesprechung beträgt bereits im mittleren Tonfrequenzgebiet nur wenige Prozent und fällt mit steigender Frequenz reziprok weiterhin ab.
2. Mit hinreichender Gleichstromzugabe (moduliertem Gleichstrom) läßt sich die Temperaturamplitude und damit der Modulationsgrad der Lampe auf das etwa 2–3fache steigern. Gleichzeitig nimmt der Klirrfaktor der Modulationswiedergabe ab. Auch unter günstigen Bedingungen und bei dünnfädigen Lampen wird jedoch die Modulation schon bei Frequenzen von 500–600 Hz kaum noch meßbar.
3. Der spektrale Modulationsgrad hängt im wesentlichen von dem Verhältnis der Temperaturschwankung des Lampenfadens zum Quadrat seiner absoluten mittleren Temperatur ($\Delta T/T_m^2$) ab. Die Modulation steigt nach dem kurzwelligen und fällt nach dem langwelligen Gebiet hin.
4. Da die Modulation mit dem Quotienten $\Delta T/T_m^2$ steigt, andererseits die Temperaturamplitude nahezu proportional mit der spezifischen Wattbelastung der Lampe verläuft (S. 117), so sind diejenigen Lampen am höchsten modulierbar, die eine gegebene mittlere Fadentemperatur bei tunlichst hoher Belastung je Milligramm Fadengewicht erreichen, d. h. Lampen mit großer Abstrahlfläche bei gegebenem Fadenquerschnitt (Bandlampen), ferner Lampen mit zusätzlicher Wärmeabfuhr an den Fadenenden oder durch Konvektion im Füllgas. Für Modulationszwecke eignen sich also nur Bandlampen sehr geringer Bandstärke zwischen kräftigen, der Wärmeabfuhr dienenden Halterungen, also gerade Lampen mit ungünstigem lichttechnischem Wirkungsgrad. Der Modulationsgrad bleibt trotzdem bei höheren Tonfrequenzen äußerst gering, so daß eine Verwendung von Glühlampen für Zwecke der Lichttelephonie nur unter starker Beschneidung des Frequenzbandes und mit erheblichem Verstärkeraufwand möglich ist.

Berlin-Charlottenburg, im November 1938.

(Eingegangen 5. Januar 1939)

Die Spannungsabhängigkeit der Dispersion der Dielektrizitätskonstante starker Elektrolyte

Von Friedrich Frölich

Inhaltsangabe

A. Einleitung.
B. Allgemeine Theorie.
1. Die grundlegenden Differentialgleichungen des Problems.
2. Berechnung der Relaxationskraft.
3. Berechnung des Dielektrizitätskonstantenüberschusses.
C. Diskussion.
1. Allgemeine Ausführungen.
2. Abhängigkeit des Effektes von Frequenz und Feldstärke im allgemeinen.
3. Einfluß der Konzentration.
4. Einfluß der Dielektrizitätskonstante des Lösungsmittels.
5. Einfluß der Temperatur.
6. Einfluß der Wertigkeit.
7. Allgemeines Verfahren zur Behandlung jedes beliebigen Falles.
D. Veranschaulichung der theoretischen Ergebnisse mit Hilfe des Bildes der Ionenwolke.
E. Zusammenfassung.

A. Einleitung

Die Übertragung der idealen Gasgesetze auf verdünnte Lösungen im Sinne von van't Hoff, die Dissoziationshypothese von Arrhenius und

das Massenwirkungsgesetz von Guldberg-Waage waren für die klassische Theorie der Elektrolyte von fundamentaler Bedeutung. In dieser klassischen Theorie achtete man nicht auf die relativ weit in die Lösung sich erstreckenden Coulombschen Kräfte zwischen den Ionen, was für den Spezialfall schwacher Elektrolyte berechtigt war. Bei den starken Elektrolyten jedoch, bei denen man es mit relativ vielen Ionen zu tun hat, d. h. mit einem Dissoziationsgrad von nahezu eins, konnte die klassische Theorie zufolge der interionischen Kräfte keineswegs mehr erfüllt sein.

Diese „Anomalien" bei den starken Elektrolyten, auf die bereits Arrhenius hingewiesen hat, konnten erst durch die neuere elektrostatische Theorie von Milner bzw. Debye und seinen Mitarbeitern, wenigstens für hinreichend verdünnte Lösungen, erfaßt werden. Charakteristisch für diese Theorie ist die Existenz einer Ionenwolke, die jedes Ion umgibt und die eine bestimmte Dicke $\frac{1}{\varkappa}$ und Relaxationszeit Θ besitzt.

Die klassischen Gesetze und die Debyesche Theorie stellen daher Grenzfälle dar, nämlich einerseits den Fall sehr geringer Dissoziation und andererseits den der nahezu vollständigen Dissoziation.

Auf Grund dieser Anschauungen und in Erweiterung des Grenzgesetzes der Leitfähigkeit von Debye-Hückel-Onsager gelang es dann Debye und Falkenhagen, eine Frequenzabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante vorauszusagen, die später durch zahlreiche Messungen bestätigt worden ist[1]).

Der Grundgedanke dieser Vorhersage war folgender:

Auf ein stationär bewegtes Ion wird eine seiner Geschwindigkeit proportionale Relaxationskraft ausgeübt. Dies ändert sich, sobald das Ion periodisch hin und her pendelt. Wegen der Existenz der endlichen Relaxationszeit der Ionenwolke wird hier der Augenblickswert der Relaxationskraft nicht mehr dem der momentanen Geschwindigkeit entsprechen. Es wird demnach zwischen Relaxationskraft und erzeugter Geschwindigkeit eine Phasendifferenz von 90° auftreten. Neben einer Komponente in Phase mit dem Feld wird das Wechselfeld also eine zweite Komponente in Phase mit der zeitlichen Feldstärkenänderung hervorrufen. Das bedeutet aber das Vorhandensein eines Verschiebungsstromes neben einem Leitungsstrom.

1) Näheres siehe in der Monographie „Elektrolyte" von H. Falkenhagen (S. Hirzel, 1932) sowie in den überarbeiteten neueren Ausgaben „Electrolytes" (Oxford 1934), „Electrolytes" (Paris 1934).

Ersterer hat im Sinne von Maxwell eine Veränderung der Dielektrizitätskonstante zur Folge.

An Hand des Bildes der Ionenwolke läßt sich nun zeigen, daß eine Vergrößerung der Dielektrizitätskonstante eintritt, die frequenzabhängig ist. Dieser Dielektrizitätskonstanteneffekt beruht auf folgendem:

Bei einer plötzlichen Verschiebung des Zentralions wird nämlich die Ladungsverteilung der Ionenwolke zufolge der Relaxationszeit nahezu unverändert bleiben; d. h. die Ionenwolke ist gleichsam noch um den ursprünglichen Mittelpunkt zentriert. Demzufolge wird eine Art quasielastische Kraft auf das Bezugsion wirksam sein, die aber wiederum eine Vergrößerung der DK bedingt. Wie sich gezeigt hat, ist diese Vergrößerung bei hohen Frequenzen geringer als bei kleinen Frequenzen.

Die ursprüngliche Theorie von Debye und Falkenhagen war zunächst auf schwache Felder beschränkt. Die Aufgabe der vorliegenden Arbeit ist es nun, diese Frequenzabhängigkeit bis zu sehr hohen Feldstärken zu verfolgen.

B. Allgemeine Theorie

1. Die grundlegenden Differentialgleichungen des Problems

Nehmen wir ein Ion an, daß in der x-Richtung mit konstanter Geschwindigkeit bewegt wird, so können wir zufolge des Bewegungszustandes die Ionenatmosphäre nicht mehr nach dem Maxwell-Boltzmannschen Prinzip berechnen. Wir müssen vielmehr auf eine von Debye angegebene, vervollständigte und geeignet interpretierte Form der Gleichung der Brownschen Bewegung zukommen.

Wir wollen hierzu annehmen, daß in einem Raumelement dS eine durch die Verteilungsfunktion $\mathfrak{f}$ bedingte Teilchenzahl $\mathfrak{f}dS$ vorhanden sei. Infolge der Wärmebewegung wird sich nun während einer sehr kleinen Beobachtungszeit τ die Teilchenzahl in dS verändern. Die gesamte Zunahme der Teilchenzahl in dS während der Zeitdauer τ berechnet sich wie folgt. Einmal hat das Volumenelement während τ verloren $-\mathfrak{f}dS$. In das Volumenelement dS gelangen aus der Umgebung während τ: $dS\int\mathfrak{f}'dS'w'$, wenn man eine Wahrscheinlichkeitsfunktion w' dafür einführt, daß ein Teilchen während τ aus dS' nach dS gelangt. Die gesamte Teilchenzunahme von dS während τ beträgt demzufolge:

$$-\mathfrak{f}dS + dS\int\mathfrak{f}'w'dS'. \qquad (1)$$

Bei genügend kleinem τ können wir $\mathfrak{f}$ nach dem Taylorschen Satz entwickeln gemäß

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{f}' = \mathfrak{f} + \Big(x\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial x} + y\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial y} + z\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial z}\Big) \\ + \frac{1}{2}\Big(x^2\frac{\partial^2 \mathfrak{f}}{\partial x^2} + y^2\frac{\partial^2 \mathfrak{f}}{\partial y^2} + z^2\frac{\partial^2 \mathfrak{f}}{\partial z^2} + 2xy\frac{\partial^2 \mathfrak{f}}{\partial x \partial y} + 2xz\frac{\partial^2 \mathfrak{f}}{\partial x \partial z} + 2yz\frac{\partial^2 \mathfrak{f}}{\partial y \partial z}\Big) + \cdots\end{aligned}\right| \quad (2)$$

Und wir brauchen dann nur die Mittelwerte

$$\overline{x} = \int x w' dS' ; \qquad \overline{x^2} = \int x^2 w' dS' ;$$

$$\overline{xy} = \int xy w' dS'$$

zu berechnen.

Es gilt hierbei:

$$\left.\begin{aligned}\overline{x} = \overline{y} = \overline{z} = 0 , \\ \overline{xy} = \overline{yz} = \overline{zx} = 0 , \\ \overline{x^2} = \overline{y^2} = \overline{z^2} = \overline{s^2} ,\end{aligned}\right| \quad (3)$$

wobei $\overline{s^2}$ zunächst unbestimmt bleiben soll.

Damit errechnet sich die gesamte Teilchenzunahme in dS während τ zufolge der Wärmebewegung:

$$\frac{\overline{s^2}}{2}\Big(\frac{\partial^2 \mathfrak{f}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{f}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathfrak{f}}{\partial z^2}\Big) dS = \frac{\overline{s^2}}{2}\,\mathrm{divgrad}\,\mathfrak{f}\, dS . \quad (4)$$

Neben der Wärmebewegung wird auf die Teilchenzahl eine äußere Kraft $\mathfrak{K}$ wirken. Die hierdurch bedingte Änderung bestimmt sich entsprechend der Strömung einer Flüssigkeit von variabler Dichte $\mathfrak{f}$ zu:

$$-\tau\,\mathrm{div}\Big(\mathfrak{f}\frac{\mathfrak{K}}{\varrho}\Big) dS ,$$

wenn $\mathfrak{K}$ die äußere Kraft und ϱ die Reibungsgröße kennzeichnet; denn es gilt

$$-\mathfrak{K} = \varrho \mathfrak{v} ,$$

wobei $\mathfrak{v}$ die Geschwindigkeit bedeutet.

Darüber hinaus müßten wir bei konzentrierteren Lösungen die Bewegung der Flüssigkeit berücksichtigen. Da im folgenden aber lediglich hinreichend verdünnte Lösungen untersucht werden sollen, kann hiervon Abstand genommen werden. Die gesamte, hier zu berücksichtigende Vermehrung der Teilchenzahl in dS während τ ist demnach:

$$\tau\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial t} dS = \frac{\overline{s^2}}{2}\,\mathrm{divgrad}\,\mathfrak{f} dS - \tau\,\mathrm{div}\,\mathfrak{f}\frac{\mathfrak{K}}{\varrho} dS \quad (5)$$

oder

$$\tau\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial t} = \mathrm{div}\Big(\frac{\overline{s^2}}{2}\,\mathrm{grad}\,\mathfrak{f} - \mathfrak{f}\frac{\mathfrak{K}}{\varrho}\tau\Big) .$$

Die Lösung dieser Gleichung muß im stationären Fall $\frac{\partial f}{\partial t} = 0$ dem Maxwell-Boltzmannschen Prinzip entsprechen.

$$\frac{\mathfrak{K}}{\varrho} = -\frac{1}{\varrho}\,\mathrm{grad}\,U ,$$

$$\frac{\overline{s^2}}{2}\,\mathrm{grad}\,\mathfrak{f} + \frac{\tau}{\varrho}\,\mathrm{grad}\,U = 0 ,$$

$$\frac{\overline{s^2}}{2}\ln \mathfrak{f} + \frac{\tau}{\varrho} U = \mathrm{const} ,$$

$$\mathfrak{f} = A\, e^{-U/\varrho\frac{\overline{s^2}}{2\tau}} .$$

Andererseits muß gelten:

$$\frac{\varrho\overline{s^2}}{2\tau} = kT ,$$

wobei k die Boltzmannsche Konstante ist.

Damit geht die Gleichung (3) über in

$$\varrho\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial t} = \mathrm{div}\,(kT\,\mathrm{grad}\,\mathfrak{f} - \mathfrak{f}\mathfrak{K}) . \quad (6)$$

Nehmen wir nun weiterhin an, daß in der Lösung Ionen der Sorten

$$1 \ldots i \ldots s$$

mit den Ladungen

$$e_1 \ldots e_i \ldots e_s$$

vorhanden seien, so werden, wenn wir ein bestimmtes Ion hiervon mit einer konstanten Geschwindigkeit bewegen (in der x-Richtung), in einem Raumelement dS im Mittel

$$n_1 dS \ldots n_i dS \ldots n_s dS$$

Ionen vorhanden sein.

Wird die Lösung nun zufolge einer äußeren elektrischen Feldstärke $\mathfrak{E}$ von einem Strom in Richtung x durchflossen, so greift an einem Ion der Sorte i einmal die Kraft $\mathfrak{K} = e_i\mathfrak{E}$ an, und weiterhin, wegen des elektrischen Potentials ψ eine zweite Kraft vom Betrage $-e_i\,\mathrm{grad}\,\psi$.

Die Grundgleichung der Bewegung (6) können wir danach ansetzen:

$$\varrho_i\frac{\partial n_i}{\partial t} = \mathrm{Div}(kT\,\mathrm{Grad}\,n_i - n_i e_i\mathfrak{E} + n_i e_i\,\mathrm{Grad}\,\psi) . \quad (7)$$

wenn wir sie hierbei auf ein ruhendes Koordinatensystem X, Y, Z beziehen. Deshalb haben wir Div und Grad geschrieben.

Für die folgende Betrachtung müssen wir nun von diesem ruhenden System zu einem parallel zu X bewegten System x, y, z übergehen. Der Nullpunkt des bewegten Koordinatensystems soll dabei im schwingenden Ion sein.

Die Koordinaten des Bezugsions seien

$$\xi\,, \qquad 0\,, \qquad 0\,,$$

dann gilt:

$$x = X - \xi\,; \qquad y = Y\,; \qquad z = Z\,; \qquad t = t'\,.$$

Demzufolge wird

$$\frac{\partial}{\partial t} = -\,\dot{\xi}\,\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t'}\,,$$

$$\frac{\partial}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial x}\,; \qquad \frac{\partial}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial y}\,; \qquad \frac{\partial}{\partial Z} = \frac{\partial}{\partial z}\,;$$

$$\mathrm{Div} = \mathrm{div}\,; \qquad \mathrm{Grad} = \mathrm{grad}\,.$$

Die Bewegungsgleichungen für das mitbewegte System verändern sich dann in der Form:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} - \dot{\xi}\,\frac{\partial n_i}{\partial x} = \mathrm{div}\left(\frac{kT}{\varrho_i}\,\mathrm{grad}\,n_i - \frac{n_i \mathfrak{K}}{\varrho_i}\right). \tag{8}$$

Die Zahl der Ionen n_i wird jetzt infolge der Bewegung von der gleichmäßigen Verteilung $\overline{n_i}$ abweichen. Diese Abweichung soll durch ν_i charakterisiert werden. Es gilt also:

$$n_i = \overline{n_i} + \nu_i\,. \tag{9}$$

ν_i soll klein sein gegen $\overline{n_i}$, was bei hinreichender Verdünnung des Elektrolyten der Fall ist. Es gilt:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = \frac{\partial \nu_i}{\partial t}\,. \tag{10}$$

Außerdem können wir setzen: $\mathrm{div}\,E e^{j\omega t} = 0$.

Weiter seien im folgenden nur symmetrische, genügend verdünnte Elektrolyte mit Ionen gleicher Beweglichkeit untersucht, da es uns darauf ankommt, das Wesentliche aus dem gesamten Erscheinungskomplex herauszuschälen[1]).

Damit wird:

$$\varepsilon_1 = e\,; \quad \varepsilon_2 = -\,e\,; \quad n_1 = n_2 = n\,; \quad \varrho_1 = \varrho_2 = \varrho\,.$$

Setzen wir noch

$$v_1 = -\,\frac{ne}{kT}\,\mathfrak{f}\,; \qquad v_2 = +\,\frac{ne}{kT}\,\mathfrak{f}\,, \tag{11}$$

dann können wir die Grundgleichung für $\mathfrak{f}$ in der Form

$$\Delta\mathfrak{f} + \frac{\varrho v}{kT}\,\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial x} - \frac{\varrho}{kT}\,\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial t} = \Delta\varphi\,, \tag{12}$$

$$\Delta\varphi = \frac{8\pi n e^2}{DkT}\,\mathfrak{f}$$

ausdrücken.

Zur Abkürzung sei

$$\frac{8\pi n e^2}{DkT} = \varkappa^2 \tag{13}$$

und

$$\frac{\varrho v}{kT} = 2\mu \tag{14}$$

eingeführt, was zu folgender Vereinfachung führt:

$$\Delta\mathfrak{f} + 2\mu\,\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial x} - \frac{\varrho}{kT}\,\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial t} = \Delta\varphi\,; \quad \Delta\varphi = \varkappa^2 \mathfrak{f}\,. \tag{15}$$

Die Größe $\mathfrak{f}$ soll durch die Gleichung

$$\mathfrak{f} = -\,\frac{4\pi}{D}\,\frac{P}{\varkappa^2} \tag{16}$$

(P = räumliche elektrische Ladungsdichte) gekennzeichnet werden.

Nach Elimination von $\mathfrak{f}$ bzw. φ ergibt sich:

$$\Delta\mathfrak{f} - \varkappa^2 \mathfrak{f} - \frac{\varrho}{kT}\,\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial t} + 2\mu\,\frac{\partial \mathfrak{f}}{\partial x} = 0\,, \tag{17}$$

$$\Delta\left(\Delta\varphi - \varkappa^2\varphi - \frac{\varrho}{kT}\,\frac{\partial \varphi}{\partial t} + 2\mu\,\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right) = 0\,.$$

Berücksichtigen wir die zeitliche Periodizität der Bewegung der Ionen und führen wir

$$\mathfrak{f} = g e^{j\omega t}\,, \tag{18}$$

$$\varphi = h e^{j\omega t} \tag{19}$$

ein, so ergibt sich

$$\Delta g - \varkappa^2 g - \frac{\varrho}{kT}\,j\omega g + 2\mu\,\frac{\partial g}{\partial x} = 0\,, \tag{20}$$

$$\Delta\left(\Delta h - \varkappa^2 h - \frac{\varrho}{kT}\,j\omega h + 2\mu\,\frac{\partial h}{\partial x}\right) = 0$$

und nach Einführung der Relaxationszeit Θ bzw. K gemäß:

$$\Theta = \frac{\varrho}{kT}\cdot\frac{1}{\varkappa^2}\,, \tag{21}$$

$$K^2 = \varkappa^2(1 + j\omega\Theta) \tag{22}$$

schließlich

$$\Delta g - K^2 g + 2\mu\,\frac{\partial g}{\partial x} = 0\,, \tag{23}$$

$$\Delta\left(\Delta h - K^2 h + 2\mu\,\frac{\partial h}{\partial x}\right) = 0\,.$$

1) Vermutlich läßt sich auch der allgemeine Fall symmetrischer Elektrolyte durchrechnen.

Die Lösung dieser Gleichung ergibt:

$$g = \frac{C' e^{-\mu x - \sqrt{K^2+\mu^2}\, r}}{r} . \tag{24}$$

Die Konstante kann in der Form:

$$C' = \frac{e}{D} c' \tag{25}$$

geschrieben werden, wobei die Berechnung von c' noch offen bleiben muß. Hierauf soll in Verbindung mit der Berechnung der Relaxationskraft zurückgekommen werden.

2. Berechnung der Relaxationskraft

Nach Bestimmung der Beziehung (16) für die Dichteverteilung ist die Berechnung der bremsenden Kraft auf das Ion zufolge einer Integration möglich. Es ist hierzu erforderlich, von dem kartesischen Koordinatensystem zu einem System mit Polarkoordinaten überzugehen. Die Relaxationskraft auf das schwingende Ion ergibt sich dann zunächst in der Form:

$$K_R = \frac{e}{D} \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} P \sin\vartheta \cos\vartheta \, d\vartheta \, dr \, d\psi , \tag{26}$$

die nach Gleichung (16) und (25) in

$$K_R = -\frac{e^2 \varkappa^2}{4\pi D} c' \int_0^{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} \frac{1}{r} e^{-\mu r \cos\vartheta - \sqrt{K^2+\mu^2}\, r} \sin\vartheta \cos\vartheta \, d\vartheta \, dr \, d\psi \, e^{j\omega t} \tag{27}$$

übergeht, da

$$P = \frac{\varkappa^2 D}{4\pi} g = -\frac{\varkappa^2}{4\pi} c c' \frac{e^{-\mu x - \sqrt{K^2+\mu^2}\, r}}{r}$$

und

$$\frac{x}{r} = \cos\vartheta$$

ist. Die Integration nach ψ ergibt:

$$K_R = -\frac{e^2 \varkappa^2}{4\pi D} c' 2\pi \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} \frac{1}{r} e^{-\mu r \cos\vartheta - \sqrt{K^2+\mu^2}\, r} \sin\vartheta \cos\vartheta \, d\vartheta \, dr \, e^{j\omega t} . \tag{28}$$

Zur Vereinfachung sei gesetzt:

$$\frac{\mu}{\sqrt{K^2+\mu^2}} = x . \tag{29}$$

Als Resultat der Integration nach ϑ und r folgt dann

$$I = 2\left(\frac{x}{3} + \frac{x^3}{15} + \frac{x^5}{35} + \cdots\right) . \tag{30}$$

Setzen wir weiterhin

$$y = \frac{I}{2} = \frac{x}{3} + \frac{x^3}{15} + \frac{x^5}{35} + \cdots , \tag{31}$$

dann schreibt sich die Relaxationskraft

$$K_R = -\frac{e^2 \varkappa^2}{D} c' y e^{j\omega t} . \tag{32}$$

Für kleine Geschwindigkeiten und damit kleines μ wird:

$$y = \frac{x}{3} \tag{33}$$

und die bremsende Kraft

$$K_R = -\frac{e^2 \varkappa^2}{D} c' \frac{x}{3} e^{j\omega t} . \tag{34}$$

Außerdem gilt dann, weil

$$K \gg \mu ,$$

$$x = \frac{\mu}{K} , \qquad \text{denn} \qquad \frac{\mu}{\sqrt{K^2+\mu^2}} = x , \tag{35}$$

also

$$K_R = -\frac{e^2 \varkappa^2}{D} \frac{\mu}{3K} c' e^{j\omega t} .$$

Nach Debye und Falkenhagen ist

$$\left.\begin{aligned} K_R &= -\frac{e^2}{3D} \cdot \frac{\varkappa}{1 + \sqrt{1 + j\omega\Theta}} 2\mu e^{j\omega t} \\ &= -\frac{e^2}{3D} \cdot \frac{\varkappa^2}{\varkappa + K} \cdot 2\mu e^{j\omega t} . \end{aligned}\right| \tag{36}$$

Hiernach berechnet sich die Konstante:

$$c' = \frac{2K}{K+\varkappa} \cdot \tag{37}$$

Die Relaxationskraft schreibt sich dann:

$$K_R = -\frac{e^2\varkappa^2}{D}\cdot\frac{2K}{K+\varkappa}\,y e^{j\omega t} = -\frac{e^2\varkappa^2}{D}\,y^* e^{j\omega t}. \tag{38}$$

Im Bereich sehr großer Geschwindigkeiten ist es dagegen ratsamer, nach der Gleichung

$$\frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x} = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \dots$$

die Beziehung (31) in folgender Weise umzuformen, gemäß:

$$y = \frac{1}{2x} + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4x^2}\right)\ln\frac{1+x}{1-x}. \tag{39}$$

Führen wir noch

$$w = \frac{1}{x} = \frac{|K^2+\mu^2}{\mu} \tag{40}$$

ein, so ist

$$y = \frac{w}{2} - \frac{w^2-1}{4}\ln\frac{w+1}{w-1}. \tag{41}$$

Um die hieraus resultierende Relaxationskraft auswerten zu können, ist es notwendig, y^* in Real- und Imaginärteil zu zerlegen.

Setzt man

$$\frac{|\varkappa^2+\mu^2}{\mu}\,\frac{1}{|2}\,|\,1+\omega^2\Theta^{*2}+1 = l, \tag{42}$$

$$\frac{|\varkappa^2+\mu^2}{\mu}\,\frac{1}{|2}\,|\,1+\omega^2\Theta^{*2}-1 = m,$$

so erhält man nach Gleichung (29) und (40)

$$\frac{w}{2} = \frac{l+jm}{2}. \tag{43}$$

Ferner wird

$$\operatorname{tg}\vartheta = \frac{q}{o}$$

$$\left.\ln\frac{w+1}{w-1} = \ln\frac{|o^2+q^2}{|(o-2)^2+q^2} + j(\vartheta-\vartheta')\right\} = r+js, \tag{44}$$

wobei $o = l+1$; $\quad q = m$;

$$r = \ln\frac{|o^2+q^2}{|(o-2)^2+q^2}\;; \qquad s = (\vartheta-\vartheta'). \tag{45}$$

Schließlich ergibt sich

$$\frac{w^2-1}{4} = u + jv, \tag{46}$$

wenn

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{l^2-m^2-1}{4} \\ \text{und}\qquad v &= \frac{lm}{2} \end{aligned}\right\} \tag{47}$$

ist. Damit ist y in Real- und Imaginärteil getrennt, und zwar ist

$$y = \frac{l+jm}{2} - (u-jv)(r+js). \tag{48}$$

Zerlegen wir die Konstante in der Form:

$$\frac{2K}{K+\varkappa} = A + jB, \tag{49}$$

so erhalten wir, wegen

$$\frac{2K}{K+\varkappa} = \frac{2\varkappa\,|\,1+j\omega\Theta}{\varkappa(|\,1+j\omega\Theta+1)} = \frac{2(a+jb)}{a+jb+1} \tag{50}$$

folgende Ausdrücke für A und B:

$$A = \frac{2\left(a(a+1)+b^2\right)}{(a+1)^2+b^2}, \tag{51}$$

$$B = \frac{2b}{(a+1)^2+b^2}.$$

Hieraus ergibt sich der Gesamtausdruck für y^*:

$$y^* = (A+jB)\left[\frac{l+jm}{2} - (u+jv)(r+js)\right], \tag{52}$$

der Realteil

$$\Re e\, y^* = A\left(\frac{l}{2} - ur + vs\right) - B\left(\frac{m}{2} - vr - us\right), \tag{53}$$

der Imaginärteil

$$\Im m\, y^* = A\left(\frac{m}{2} - vr - us\right) + B\left(\frac{l}{2} - ur + vs\right) \tag{54}$$

und die Relaxationskraft:

$$K_R = -\frac{e^2\varkappa^2}{D}(A+jB)\left[\frac{l+jm}{2} - (u+jv)(r+js)\right]. \tag{55}$$

3. Berechnung des Dielektrizitätskonstantenüberschusses

Nach der Berechnung der Relaxationskraft ist es jetzt möglich, den DK-Überschuß zu bestimmen. Wir müssen hierzu von der Gleichgewichtsbedingung der Kräfte im Elektrolyten ausgehen, die folgendermaßen lautet:

$$eEe^{j\omega t} - \varrho V e^{j\omega t} + K_R = 0 . \qquad (56)$$

Die äußere elektrische Kraft eE muß den hemmenden Kräften, d. h.

1. der Reibungskraft und
2. der Relaxationskraft (und bei nicht hinreichend verdünnten Lösungen
3. der elektrophoretischen Kraft)

das Gleichgewicht halten. Letztere ist für die Leitfähigkeit von Bedeutung. Für den Dielektrizitätskonstantenzuwachs dürfen wir sie jedoch vernachlässigen.

Aus obiger Gleichgewichtsbedingung läßt sich die Geschwindigkeit leicht errechnen.

$$Ve^{j\omega t} = \frac{eEe^{j\omega t} + K_R}{\varrho} . \qquad (57)$$

$$\mathfrak{z} = \frac{D_\infty}{4\pi} j\omega E e^{j\omega t} + \frac{2ne^2}{\varrho} E e^{j\omega t}\left(1 - \frac{e^2\varkappa^2}{2DkT}\frac{y^*}{\mu}\right), \qquad (62)$$

wobei D_∞ die Dielektrizitätskonstante des Lösungsmittels ist.

Mit dem Imaginärteil der Gesamtstromdichte erhalten wir den Dielektrizitätskonstantenzuwachs:

$$D'_\omega - D_\infty = \frac{4\pi}{\omega}\frac{2ne^2}{\varrho}\,\mathfrak{Im}\left|1 - \frac{e^2\varkappa^2}{2DkT}\frac{y^*}{\mu}\right| . \qquad (63)$$

Jetzt bleibt noch die Umformung der Beziehung auf das Mol erforderlich.

Der Umrechungsfaktor ist

$$n = \frac{N\gamma}{10^3} , \qquad (64)$$

wobei N die Loschmidtsche Zahl $(6{,}06 \cdot 10^{23})$ und γ die Konzentration in Mol pro Liter Lösung charakterisiert.

Eine weitere Umformung führt die zu diskutierende Gleichung schließlich auf eine sehr einfache Form, wenn wir dabei die Relaxationszeit Θ einführen gemäß Gleichung (21).

Es gilt danach:

$$D'_\omega - D_\infty = -\frac{\varkappa^2 \cdot c}{E} \cdot \frac{\mathfrak{Im}\, y^*}{\omega\Theta} . \qquad (65)$$

Dieser Ausdruck soll nun im folgenden im einzelnen diskutiert werden.

Die Stromdichte i ist mit der Geschwindigkeit verknüpft

$$\mathfrak{i} = 2neVe^{j\omega t} , \qquad (58)$$

also

$$\mathfrak{i} = \frac{2ne^2}{\varrho} E e^{j\omega t} + \frac{2ne}{\varrho} K_R , \qquad (59)$$

und unter Berücksichtigung von $\mu = \frac{-Ee}{2kT}$

$$\mathfrak{i} = \frac{2ne^2}{\varrho} E e^{j\omega t}\left(1 - \frac{e^2\varkappa^2}{2DkT}\frac{y^*}{\mu}\right) . \qquad (60)$$

Dieser Ausdruck läßt sich auch als Leitungsstromdichte bezeichnen, sofern man nur den reellen Teil betrachtet.

Die Gesamtstromdichte $\mathfrak{Z}$ ist nun die Summe aus Verschiebungs- und Leitungsstromdichte.

Erstere ergibt sich zum wesentlichen Teil aus der zeitlichen Änderung der dielektrischen Verschiebung $\vartheta = D\mathfrak{E}$, wobei D die Dielektrizitätskonstante und $\mathfrak{E}$ die Feldstärke darstellt. Hinzu tritt noch der Faktor $\frac{1}{4\pi}$, also ergibt sich für die Verschiebungsstromdichte

$$\mathfrak{V} = \frac{D}{4\pi}\dot{\mathfrak{E}} . \qquad (61)$$

Die Gesamtstromdichte schreibt sich danach:

C. Diskussion

1. Allgemeine Ausführungen

Wir wollen jetzt die Ergebnisse der allgemeinen Theorie auswerten. Eine experimentelle Prüfung der Theorie steht noch aus. Die theoretische Behandlung des Problems ist aus der von Debye und Falkenhagen entwickelten Theorie für kleinste Feldstärken hervorgegangen. Sie stellt demnach eine Erweiterung dieser Theorie dar. Daraus folgt aber, daß für kleine Feldstärken die hier abgeleitete Beziehung für den Dielektrizitätskonstantenüberschuß in die von Debye und Falkenhagen angegebene Form übergehen muß. Dies trifft in der Tat auch zu. Die Kurven müssen daher bei kleinen Feldstärken die von Debye und Falkenhagen[1]) angegebenen Werte annehmen. Außerdem müssen sie bei kleinen Frequenzen am höchsten sein und mit zunehmender Frequenz stark abfallen. Das läßt sich an den Diagrammen der detaillierten Diskussion auch feststellen.

Ein Vergleich mit den Untersuchungen von Malsch[2]) zeigt, daß die Dielektrizitätskonstantenbeeinflussung auch dort bei Wasser am

1) P. Debye und Falkenhagen, Physik. Zeitschrift **29**, 121, 1928.

2) Physik. Zeitschr. **30**, 837, 1929.

geringsten und bei Methylalkohol (DK = 33,2) am stärksten ist.

Da aber dort im übrigen reine Flüssigkeiten untersucht wurden, während die vorliegende Arbeit sich lediglich mit Elektrolytlösungen beschäftigt, so ist ein direkter Vergleich der Meßwerte über den eben durchgeführten Verhältnisvergleich hinaus nicht möglich.

2. Abhängigkeit des Effektes von Frequenz und Feldstärke im allgemeinen

Nach der Theorie ergibt sich für den Dielektrizitätskonstantenüberschuß die Beziehung:

$$D' - D = -\frac{\varkappa^2 \cdot c}{E} \cdot \frac{\Im m y^*}{\omega\Theta}.$$

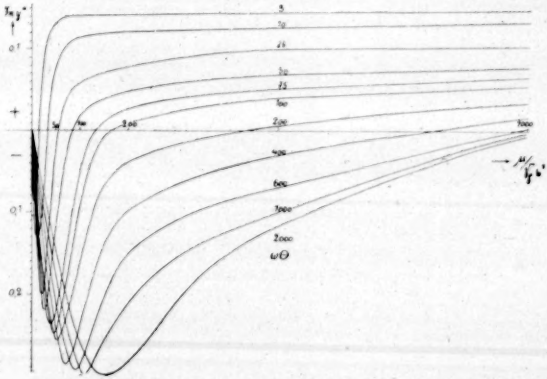


Fig. 1. Der Imaginärteil von y^* in Abhängigkeit von der Feldstärke für verschiedene Frequenzen betrachtet.

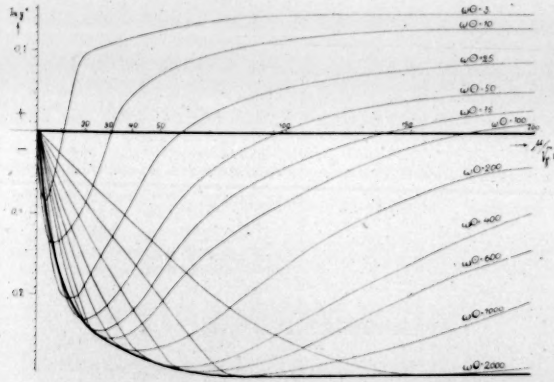


Fig. 2. Das Überschneidungsgebiet der Fig. 1 (vergrößert herausgezogen).

aus der die Frequenz- und Feldstärkeabhängigkeit leicht zu erkennen ist:

1. Der Einfluß der Frequenz ist dergestalt, daß mit steigenden Schwingungszahlen der Dielektrizitätskonstantenunterschied kleiner wird. Das ist darauf zurückzuführen, daß mit schnelleren Schwingungen die Dissymmetrie der umgebenden Ionenwolke abnimmt. Die Dissymmetrie und die von ihr erzeugte quasielastische Kraft, die das Bestreben kennzeichnet, den alten Gleichgewichtszustand wieder herzustellen, ist aber die Ursache einer Vergrößerung der Dielektrizitätskonstante.

   Damit muß mit steigender Frequenz zunächst die obenerwähnte Abnahme des DK-Überschusses eintreten. Die Diagramme stehen hiermit im Einklang.
2. Die Feldstärke E wird sich, wie aus der Beziehung für den DK-Überschuß hervorgeht, dann am stärksten auswirken, wenn die Frequenz am kleinsten ist. Bei schnellen Schwingungen in der Größenordnung von $\omega\Theta = 1000$ wird dagegen der Frequenzeinfluß überwiegen, so daß der Einfluß der Feldstärke kaum erkennbar wird.

Aus dieser Tatsache läßt sich nun eine interessante Folgerung ableiten. Es kann nämlich der Fall eintreten, daß die beiden Faktoren $\omega\Theta$ und E, die beide das Bestreben haben, den D-Unterschied zu verkleinern, unter bestimmten Voraussetzungen gegeneinander arbeiten, so daß das weitere Ansteigen der Frequenz zu einer Erhöhung von $D' - D$ führt. Das wird immer dann eintreten, wenn der Einfluß der Feldstärke den der Frequenz übertrifft.

Wie bereits festgestellt wurde, wird der Einfluß der Feldstärke bei kleinen Frequenzen stärker sein als bei größeren. Das wird zur Folge haben, daß die Werte von $D' - D$ bei kleinen Frequenzen wesentlich stärker abfallen als bei größeren Frequenzen. Die Kurven werden sich

also schneiden und aus dem anfänglich hemmenden Einfluß der Frequenz wird ein fördernder hervorgehen.

Hierauf soll noch an anderer Stelle ausführlich eingegangen werden[1]).

In die allgemeinen Betrachtungen der Abhängigkeit von Frequenz und Feldstärke fügen sich die tatsächlichen Ergebnisse der Theorie gut ein. Sie sollen im folgenden näher untersucht werden.

Hier sind vor allem die Werte für den Imaginärteil von y^* wichtig, da aus ihnen die Werte für $D' - D$ leicht ermittelt werden können. Die folgenden Diagramme (1, 2 und 3) veranschaulichen den Verlauf, wobei die Kurven mit dem Parameter $\omega\Theta$ über $\frac{\mu}{\sqrt{\gamma \cdot 10^7}}$ aufgetragen sind, um den Einfluß der Konzentration auszuschalten. Aus den Diagrammen 1 und 2 läßt sich hiernach folgendes ablesen.

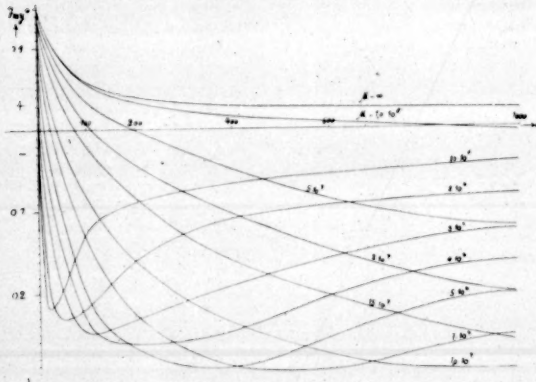


Fig. 3. Der Imaginärteil von y^* in Abhängigkeit von der Frequenz für verschiedene Feldstärken betrachtet.

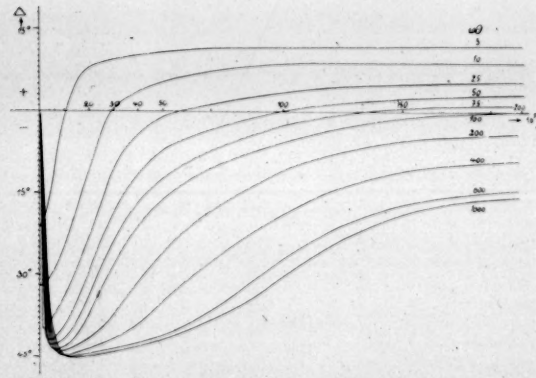


Fig. 4. Der Verlauf der Phase für verschiedene Frequenzen bei zunehmender Feldstärke.

1. Der Imaginärteil von $-y^*$ strebt mit steigender Feldstärke zunächst einem Maximalwert zu, um von da ab stark abzufallen. Diese Maxima verschieben sich mit steigender Frequenz zu größeren Feldstärkewerten. Sie sind im Diagramm 2 durch eine Kurve verbunden.

   Wie nun aus dem Vergleich mit dem Betrag von y^* (Diagramm 5) hervorgeht, stellen diese Maxima die Punkte der Kurven für $|y^*|$ dar, an denen die Kurve für $\omega\Theta = 0$ geschnitten wird. Das bedeutet aber, daß an diesen Punkten die bis dahin fördernde Wirkung der Frequenz in eine hemmende übergeht und umgekehrt.

   Diese Umkehrung, auf die schon an anderer Stelle eingegangen wurde, wird sich nun mit zunehmender Frequenz zu größerer Feldstärke verschieben, weil ja, wie schon früher erwähnt, hier der Feldstärkeeinfluß den Einfluß der Frequenz übersteigen muß.

2. Ein zweites Hauptmerkmal des Diagramms 1 ist ferner noch die Abnahme von $\Im m\, y^*$ mit steigender Feldstärke.

   Diese Abnahme ist auch verständlich, da das Bezugsion bei großen Feldstärken weitgehend dem Einfluß der Ionenwolke entzogen wird.

Neben der Darstellung mit der Abszisse $\frac{\mu}{\sqrt{\gamma \cdot 10^7}}$ ist die Veranschaulichung der Abhängigkeit von $\omega\Theta$ recht interessant. Es ist nämlich hieraus erkenntlich, daß der Einfluß der Feldstärke hinreichend untersucht worden ist. Die Bestätigung dessen liefert die Kurve für $\mu = \infty$, die sich weitgehend der für $\mu = 1 \cdot 10^8$ anschmiegt.

Außerdem sehen wir aus dem Diagramm, daß die Über-

1) Vgl. S. 138ff.

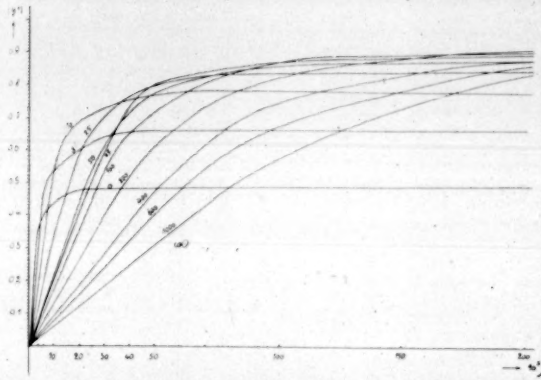


Fig. 5. Der Betrag von γ^* in Abhängigkeit von der Feldstärke für verschiedene Frequenzen betrachtet.

schneidung der Kurven auch hier eintritt. Das wird verständlich, wenn wir uns vor Augen halten, daß die Kurven dieses Diagramms nichts anderes darstellen, als die Schnitte des Diagramms 1 bei verschiedenen Feldstärken.

3. Einfluß der Konzentration.

Den stärksten Einfluß auf die Dielektrizitätskonstantenänderung hat eine Veränderung der Konzentration, weil hier in der Regel der charakteristische Ausdruck $\varkappa^2$ leicht um eine Zehnerpotenz verändert werden kann. Wie wir bereits aus der rein anschaulichen Betrachtung der elektrolytischen Vorgänge erwarten können, wird die Beeinflussung der Dielektrizitätskonstante bei stärkeren Konzentrationen größer sein als bei schwächeren. Das ergibt sich schon aus der Tatsache, daß bei stärkeren Konzentrationen die Ladungsverteilung eine dichtere sein muß als bei größeren Verdünnungen, so daß die Teilchen sich also stärker beeinflussen. Eine Vergrößerung der Ionenwolke dagegen, wie sie bei größeren Verdünnungen eintreten wird, wird aber eine Verringerung der Kräfte bedingen, die bestrebt sind, das elektrische Gleichgewicht zu erhalten. Damit wird die quasielastische Kraft, die bei Störung des Gleichgewichtszustandes dieser Veränderung entgegenarbeitet und dadurch die Dielektrizitätskonstante vergrößert, kleiner werden. Mit

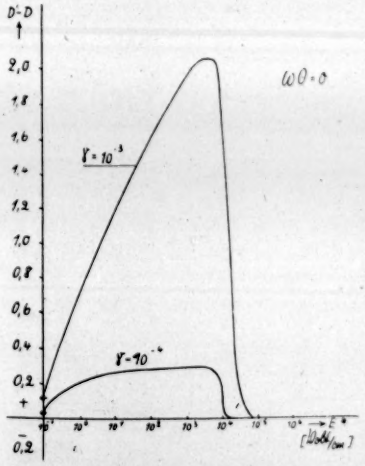


Fig. 6. Der Einfluß der Konzentration bei der Frequenz Null in logarithmischem Abszissenmaßstab.

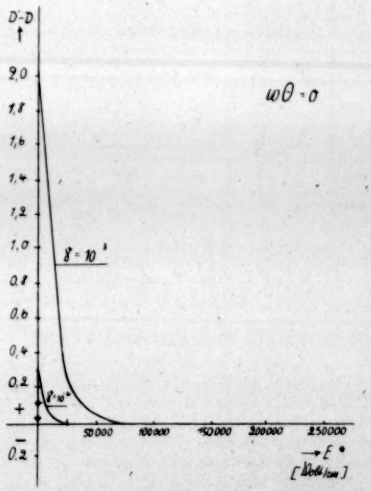


Fig. 7. Der Einfluß der Konzentration bei der Frequenz Null in gewöhnlichem Abszissenmaßstab.

sinkender Konzentration wird also der Dielektrizitätskonstantenüberschuß geringer werden. Dies wird in den Diagrammen auch bestätigt.

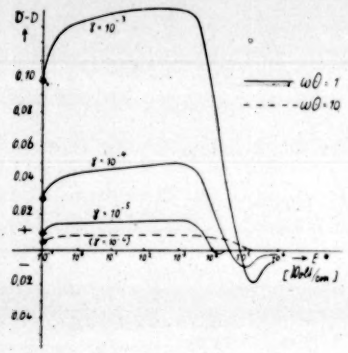


Fig. 8. Der Einfluß der Konzentration bei Frequenzen in der Größenordnung der Relaxationszeit Θ (Vergleichskurve für $\omega\theta = 10$).

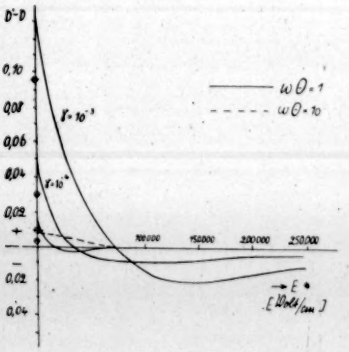


Fig. 9. Der Einfluß der Konzentration bei Frequenzen in der Größenordnung der Relaxationszeit Θ (Vergleichskurve für $\omega\theta = 10$).

4. Einfluß der Dielektrizitätskonstante des Lösungsmittels

Was den Einfluß der DK des Lösungsmittels anbelangt, so können wir erwarten, daß er zwar erkennbar, aber zweifellos nicht groß sein wird. Ist doch die Änderung der DK in bezug auf den Ausdruck $\varkappa^2$, der in der Größenordnung $10^{15}\,\gamma$ liegt, ziemlich klein. Dies findet sich auch in den Kurven bestätigt. Im einzelnen läßt sich nun folgendes aus den Diagrammen ablesen.

Die Dielektrizitätskonstante, die das Bestreben des Lösungsmittels, die zusammendrängenden Teile des gelösten Salzes auseinan-

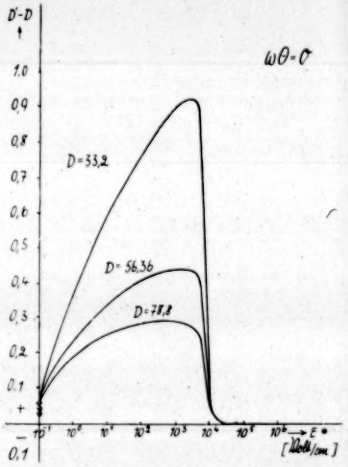


Fig. 10. Der Einfluß der DK des Lösungsmittels bei der Frequenz Null in logarithmischem Abszissenmaßstab.

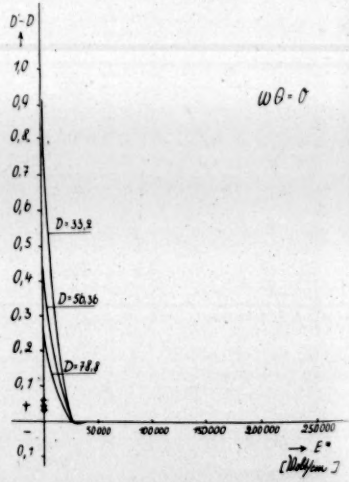


Fig. 11. Der Einfluß der DK des Lösungsmittels bei der Frequenz Null in gewöhnlichem Abszissenmaßstab.

anderzuhalten, durch eine Maßzahl mit anderen vergleichbar macht, wird den DK-Überschuß vergrößern; wenn sie abnimmt. Das läßt sich aus der Beziehung

$$D' - D = -\frac{\varkappa^2 \cdot e}{E} \cdot \frac{\Im m\, y^*}{\omega\theta}$$

leicht folgern.

Beachten wir noch den Ausdruck für die Dicke der Ionenwolke $\frac{1}{\varkappa}$, so können wir die Beeinflussung mittels der Ionenwolke erklären.

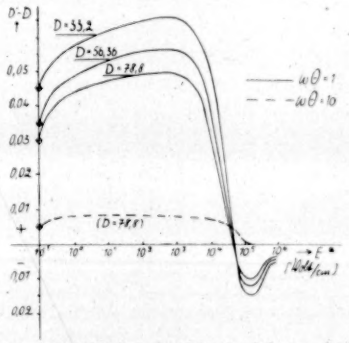


Fig. 12. Der Einfluß der DK des Lösungsmittels bei Frequenzen in der Größenordnung der Relaxationszeit θ (Vergleichskurve für $\omega\theta = 10$).

Eine kleine DK hat eine kleine Ionenwolke zur Folge. Das bedeutet aber eine Verdichtung der Ionenatmosphäre und damit eine stärkere quasielastische Kraft im Falle einer Störung des Gleichgewichtszustandes. Umgekehrt, je größer die Dielektrizitätskonstante wird, um so schwächer wird die Einwirkung der Ionenwolke sein, da die elektrischen Kräfte der Ladungsverteilung zufolge der größeren Entfernung weniger stark wirken können.

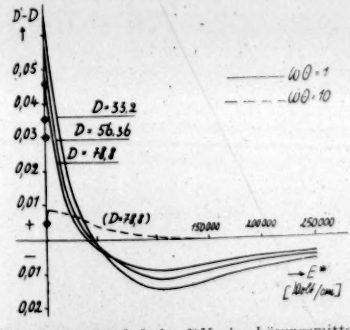


Fig. 13. Der Einfluß der DK des Lösungsmittels bei Frequenzen in der Größenordnung der Relaxationszeit θ (Vergleichskurve für $\omega\theta = 10$).

Aus diesen Feststellungen sehen wir aber, daß zwischen dem Einfluß der Verdünnung und dem der Dielektrizitätskonstante des Lösungsmittels eine gewisse Analogie besteht. Das Lösungsmittel mit der größten DK und die am wenigsten konzentrierte Lösung ergeben beide die geringste Beeinflussung. Das läßt sich darauf zurückführen, daß bei beiden die Ionenatmosphäre am stärksten aufgelockert ist. Während im ersteren Falle die Auflockerung durch die Einwirkung der Dielektrizitätskonstante bewirkt wird, ist im letzteren die Tatsache, daß den Ladungsteilchen mehr Raum zur Verfügung steht, die Ursache zu dem gleichen Effekt. Während bei dem Lösungsmittel mit der größeren DK schon eine recht beträchtliche Kraft am Werke sein muß, um den gleichen DK-Überschuß zu bewirken, muß bei der geringer konzentrierteren Lösung schon eine recht beträchtliche Verschiebung des Ions eintreten, um die gleiche quasielastische Kraft hervorzurufen.

5. Einfluß der Temperatur

Waren bisher relativ große Veränderungen zu erwarten, so ist das bei der Temperatur nicht mehr der Fall. Vielmehr müssen wir annehmen, daß, veranlaßt durch den relativ geringen Änderungsanteil im Verhältnis zu den großen Werten

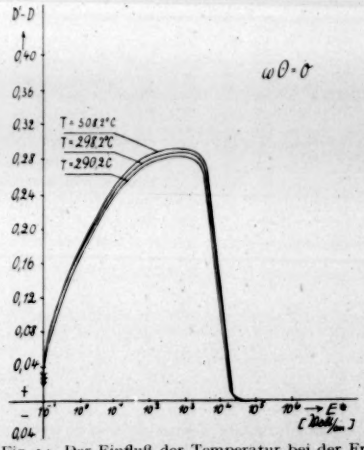


Fig. 14. Der Einfluß der Temperatur bei der Frequenz Null in logarithmischem Abszissenmaßstab.

der absoluten Temperatur, die Beeinflussung in äußerst geringen Grenzen bleibt. Das trifft in der Tat auch zu.

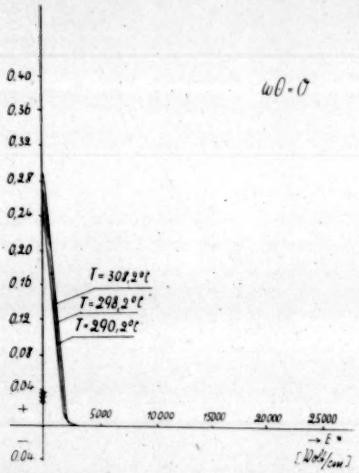


Fig. 15. Der Einfluß der Temperatur bei der Frequenz Null in gewöhnlichem Abszissenmaßstab.

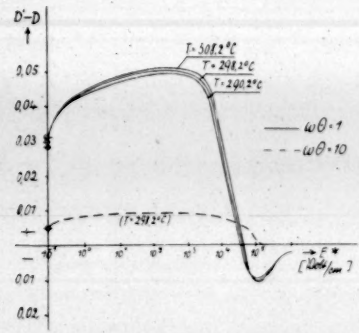


Fig. 16. Der Einfluß der Temperatur bei Frequenzen in der Größenordnung der Relaxationszeit Θ (Vergleichskurven für $\omega\Theta = 10$).

Jedoch im Gegensatz zu den einfachen Verhältnissen bei der Betrachtung der Dielektrizitätskonstante und der Konzentration, ist die Einwirkung der Temperatur von recht komplizierter Art.

Durch diese Komplizierung wird jedoch die Größe der Temperaturänderung nicht beeinflußt. Es bleibt also die Erwartung eines sehr kleinen Einflusses auf den DK-Überschuß voll und ganz bestehen.

Im einzelnen liegen die Verhältnisse nun so. Die Relaxationszeit Θ nimmt mit steigender Temperatur ab, da die Äquivalentleitfähigkeiten l stärker anwachsen, als D abnimmt.

Ferner geht durch die Größen $\varkappa^2$ und μ die Temperatur auch in den Imaginärteil von y^* mit ein. Schließlich ist T auch in der Endgleichung

$$D' - D = -\frac{\varkappa^2 \cdot e}{E} \cdot \frac{\Im m\, y^*}{\omega\Theta}$$

enthalten.

Da der Faktor $D \cdot T$ aber mit steigender Temperatur abnimmt, so trägt die Größe $\varkappa^2$ mit steigender Temperatur zur Vergrößerung des DK-Unterschiedes bei. Das gleiche Verhalten gilt auch, wie schon erläutert wurde, für den Faktor $\frac{1}{\omega\Theta}$.

Schließlich steigt auch der Imaginärteil von y^*, wenn auch nur sehr gering, mit T an.

Nach all diesem muß man also mit zunehmender Temperatur eine zwar sehr geringe, aber gerade noch feststellbare Vergrößerung des DK-Unterschiedes erwarten.

Dies läßt sich auch an den Diagrammen 14 bis 17 bestätigen.

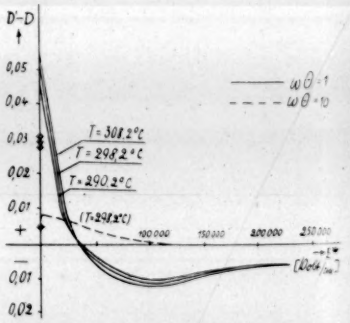


Fig. 17. Der Einfluß der Temperatur bei Frequenzen in der Größenordnung der Relaxationszeit Θ (Vergleichskurven für $\omega\Theta = 10$).

6. Einfluß der Wertigkeit

Im Gegensatz zum Einfluß der DK und der Konzentration, der ja lediglich auf der Veränderung der Größe $\varkappa^2$ beruht, wird der Wertigkeitseinfluß durch zwei Faktoren bedingt. Das

läßt sich leicht erkennen, wenn wir uns die beiden folgenden Beziehungen vergegenwärtigen.

$$\varkappa^2 = \frac{8 \cdot \pi \cdot n \cdot e^2 \cdot z^2}{D \cdot k \cdot T} ; \qquad \mu = \frac{e \cdot z \cdot E}{2kT} .$$

Dieser Einfluß hebt sich dagegen in der gesamten Rechnung heraus, was darauf zurückzuführen ist, daß die Berechnung den Faktor z nur in den beiden Ausdrücken

$$\Theta^* = \Theta \frac{\varkappa^2}{\varkappa^2 + \mu^2} ,$$

$$w = \frac{\sqrt{\varkappa^2 + \mu^2}}{\mu} \sqrt{1 + j\omega\Theta^*}$$

enthält.

In der Schlußbeziehung (78)

$$D' - D = -\frac{\varkappa^2 \cdot e \cdot z}{E} \cdot \frac{\Im m\, y^*}{\omega\Theta}$$

geht z dagegen mit ein. Dadurch wird lediglich eine Verschiebung der Kurven eintreten.

Das beruht darauf, daß hier nur symmetrische Elektrolyte untersucht wurden. Bei höheren Wertigkeitsstufen wird zwar eine Verdichtung der Ionenatmosphäre eintreten, der prinzipielle Verlauf der Kurven wird aber nicht verändert werden, weil ja die Teileigenschaften der Ionen wegen der Annahme der Symmetrie völlig gleichartig geblieben sind.

Betrachten wir noch einmal kurz die Ionenwolkendicke

$$\frac{1}{\varkappa} = \sqrt{\frac{DkT}{8\pi n e^2 z^2}} ,$$

so haben wir die Bestätigung für die Richtigkeit dieser Annahme. Denn mit dem Ansteigen des Ausdruckes $\varkappa$ bei höheren Wertigkeiten wird die Dicke der Ionenwolke abnehmen, die Beeinflussung des Bezugsions also stärker werden. Diese Folgerung läßt sich in gleicher Weise an Hand des Ausdruckes für die Relaxationszeit

$$\Theta = \frac{\varrho}{kT\varkappa^2}$$

verfolgen.

Die Verkleinerung der Aufbauzeit, wie sie sich aus der Vergrößerung der Größe $\varkappa^2$ ergibt, wird sich dahingehend auswirken, daß sie noch bei höheren Frequenzen eine Dissymmetrie ausbildet.

So können wir zusammenfassend feststellen, daß der Einfluß der Wertigkeit durch die Annahme symmetrischer Elektrolyte in seiner Bedeutung auf die hier durchgeführte Untersuchung stark gemindert wird.

7. Allgemeines Verfahren zur Behandlung jedes beliebigen Falles

Nach der Erläuterung der Beeinflussungen der Konzentration, der Dielektrizitätskonstante des Lösungsmittels, der Temperatur und der Wertigkeit soll nun eine Interpolationstabelle aufgeführt werden, die es gestattet, für einen praktischen Fall den zugehörigen Wert für den Imaginärteil von y^* zu ermitteln.

Der Imaginärteil von y^* wurde aus dem Grunde gewählt, weil seine Berechnung am meisten Mühe erfordert. Demgegenüber ist die Ermittlung der dazugehörigen $D' - D$-Werte verhältnismäßig einfach durchzuführen.

Überdies wird für die Bestimmung von Betrag und Phase gerade dieser Imaginärteil benötigt. Die Verwendungsmöglichkeit des Imaginärteiles von y^* ist also vielseitiger als die der Werte für $D' - D$.

Da die in der Tabelle angegebenen Werte zunächst für einen ganz bestimmten Spezialfall berechnet werden mußten, muß nun bei der Interpolation auf andere praktische Verhältnisse der Einfluß der Konzentration γ, der Dielektrizitätskonstante D des Lösungsmittels und der absoluten Temperatur T berücksichtigt werden.

Zu diesem Zweck, d. h. um die Tabelle für jede nur denkbare Variation von γ, D und T gültig zu machen, ist die Abszisse in dem Maßstab $\mu \sqrt{\frac{DT}{\gamma}}$ aufgetragen worden.

Der Gang der Interpolation ist nun folgender.

Für einen ganz bestimmten Spezialfall, d. h. für ganz bestimmte Werte von Elektrolyt, Lösungsmittel, Temperatur, Konzentration, Feldstärke und Frequenz und damit auch Dielektrizitätskonstante und Ioneräquivalentleitfähigkeit werden die Größen $\varkappa^2$, μ und $\omega\Theta$ nach folgenden Beziehungen berechnet:

$$\varkappa^2 = \frac{8\pi N \gamma e^2}{DkT \cdot 10^3} ,$$

$$\mu = \frac{eE}{2kT} \text{ [e.s.E.]} ,$$

$$\omega\Theta = \frac{\omega\varrho}{kT\varkappa^2} .$$

Hiernach wird der Ausdruck $\sqrt{\frac{DT}{\gamma}}$ bestimmt, mit dem dann μ zu multiplizieren ist. Mit Hilfe der beiden Faktoren $\mu \sqrt{\frac{DT}{\gamma}}$ und $\omega\Theta$ läßt sich dann die Interpolation durchführen. Zur besseren Erläuterung soll dies an einem praktischen Beispiel gezeigt werden.

Interpolations-

$\omega\Theta$ \ $\mu\sqrt{DT/\gamma}$	$153.3 \cdot 10^7$	$230.0 \cdot 10^7$	$383.3 \cdot 10^7$	$613.2 \cdot 10^7$	$919.8 \cdot 10^7$	$1533 \cdot 10^7$	$3066 \cdot 10^7$	$4599 \cdot 10^7$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	−0,0143	−0,0157	−0,0175	−0,0148	−0,0011	+0,0130	+0,0713	+0,0843
2	−0,0287	−0,0381	−0,0517	−0,0586	−0,0327	+0,0153	+0,0815	+0,1057
3	**−0,0293**	**−0,0427**	−0,0630	−0,0854	−0,0734	−0,0186	+0,0027	+0,1062
6	−0,0280	−0,0415	−0,0657	−0,0905	−0,1085	−0,0761	−0,0205	+0,0712
10	−0,0273	−0,0406	**−0,0665**	**0,0957**	**0,1364**	0,1318	−0,0856	0,0104
15	−0,0257	−0,0344	−0,0587	0,0907	0,1293	0,1049	−0,1342	−0,0716
25	−0,0211	−0,0271	−0,0490	−0,0830	−0,1166	**0,2071**	−0,1964	−0,1131
50	−0,0172	−0,0256	−0,0423	−0,0646	−0,0961	−0,1873	**0,2292**	−0,2100
75	−0,0150	−0,0210	−0,0347	−0,0555	−0,0809	−0,1334	−0,2245	**0,2428**
100	−0,0117	−0,0188	−0,0284	−0,0423	−0,0736	−0,1196	−0,2179	**0,2504**
200	−0,0065	−0,0134	−0,0211	−0,0366	−0,0546	−0,0902	−0,1604	−0,2318
400	−0,0057	−0,0101	−0,0171	−0,0267	−0,0425	−0,0683	−0,1029	−0,1886
600	−0,0049	−0,0080	−0,0146	−0,0244	−0,0367	−0,0549	−0,0951	−0,1581
1000	−0,0034	−0,0063	−0,0102	−0,0177	−0,0262	−0,0427	−0,0858	−0,1267
2000	−0,0020	−0,0043	−0,0067	−0,0125	−0,0191	−0,0313	−0,0619	−0,0920

Beispiel:

$\mathfrak{A}Cl$ in Wasser

$T = 298{,}2°\,\mathrm{C}$

$E^* = 120000\ \mathrm{Volt/cm}$

$\omega = 4 \cdot 10^{10}\ \mathrm{Hertz}$

$\gamma = 10^{-2}\ \mathrm{Mol\ Liter\ Lösung}$

$D = 78{,}8$

$l_K = 74{,}4$

$l_{Cl'} = 75{,}4$

$$\varkappa^2 = \frac{8\pi N \gamma e^2}{DkT\,10^3}$$

$$= \frac{8 \cdot 3{,}14\ldots \cdot 6{,}06 \cdot 10^{23} \cdot 10^{-2} \cdot 4{,}77^2 \cdot 10^{-20}}{78{,}8 \cdot 1{,}37 \cdot 10^{-16} \cdot 2{,}982 \cdot 10^2 \cdot 10^3}$$

$$= 1{,}077 \cdot 10^{15}\gamma$$

$$\mu = \frac{eE}{2kT}$$

$$= \frac{4{,}77 \cdot 10^{-10} \cdot 12 \cdot 10^4}{2 \cdot 1{,}37 \cdot 10^{-16} \cdot 2{,}982 \cdot 10^2 \cdot 3 \cdot 10^2}$$

$$= 23{,}4 \cdot 10^5$$

$$\mu\sqrt{\frac{DT}{\gamma}} = 11330 \cdot 10^7$$

$$\omega\Theta = \frac{\omega\varrho}{kT\varkappa^2}$$

$$= \frac{4 \cdot 10^{10} \cdot 15{,}35 \cdot 10^{-8}}{1{,}37 \cdot 10^{-16} \cdot 2{,}982 \cdot 10^2 \cdot 1{,}077 \cdot 10^{13} \cdot 75}$$

$$= 186$$

$\mathfrak{Im}\,y^* = -0{,}2095$ (interpoliert)

$$D' - D = -\frac{\varkappa^2 e}{E} \cdot \frac{\mathfrak{Im}\,y^*}{\omega\Theta}$$

$$= +\frac{1{,}077 \cdot 10^{15} \cdot 10^{-2} \cdot 4{,}77 \cdot 10^{-10}}{4 \cdot 10^2} \cdot \frac{0{,}2095}{186}$$

$$D' - D = +0{,}0144$$

Außer diesem rein praktischen Wert hat die Interpolationstabelle noch insofern Bedeutung, als sie einen guten Überblick über den gesamten Erscheinungskomplex der Dielektrizitätskonstantenänderung vermittelt.

D. Veranschaulichung der theoretischen Ergebnisse mit Hilfe des Bildes der Ionenwolke

Wie im folgenden gezeigt werden soll, gelingt es, den hier untersuchten Effekt der Dielektrizitätskonstante an Hand der Ionenwolke zu erklären. Wir können dabei zwei Wege einschlagen. Entweder wir halten die Geschwindigkeit des Bezugsions konstant und betrachten die Verhältnisse bei verschieden hohen Amplituden oder wir halten die Amplitude der Ionenschwingung konstant und untersuchen die Verhältnisse bei verschieden hohen Geschwindigkeiten.

Zunächst soll auf die erste Methode eingegangen werden. Die Voraussetzung konstanter Geschwindigkeiten bzw. gleichbleibender Feldstärken bedingt, daß die Kräfte auf das Bezugsion konstant sein müssen. Dann muß aber auch die Gesamtstrecke des Ions konstant bleiben, da

Tabelle

$6132 \cdot 10^7$	$7665 \cdot 10^7$	$10731 \cdot 10^7$	$15330 \cdot 10^7$	$22995 \cdot 10^7$	$30660 \cdot 10^7$	$76650 \cdot 10^7$	$153300 \cdot 10^7$	$\infty \cdot 10^7$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
+0,0905	+0,0930	+0,0949	+0,0961	+0,0979	+0,0986	+0,0986	+0,0986	+0,0986
+0,1165	+0,1225	+0,1287	+0,1302	+0,1339	+0,1346	+0,1357	+0,1357	+0,1357
+0,1182	+0,1258	+0,1353	+0,1408	+0,1442	+0,1455	+0,1474	+0,1474	+0,1475
+0,0810	+0,0981	+0,1150	+0,1263	+0,1348	+0,1370	+0,1395	+0,1398	+0,1399
+0,0490	+0,0729	+0,0966	+0,1134	+0,1254	+0,1283	+0,1341	+0,1346	+0,1351
−0,0580	+0,0305	+0,0682	+0,0885	+0,0911	+0,0952	+0,1104	+0,1128	+0,1131
−0,0625	−0,0243	+0,0232	+0,0503	+0,0789	+0,0873	+0,1008	+0,1032	+0,1043
−0,1639	−0,1067	−0,0531	−0,0045	+0,0397	+0,0519	+0,0750	+0,0791	+0,0810
−0,2145	−0,1736	−0,1032	−0,0424	+0,0079	+0,0281	+0,0509	+0,0661	+0,0800
−0,2422	−0,2061	−0,1429	−0,0851	−0,0171	+0,0126	+0,0307	+0,0574	+0,0611
−0,2636	−0,2610	−0,2304	−0,1502	−0,0809	−0,0403	+0,0075	+0,0374	+0,0451
−0,2518	**−0,2922**	−0,2901	−0,2420	−0,1666	−0,1007	−0,0491	+0,0208	+0,0329
−0,2019	−0,2480	**−0,2944**	−0,2760	−0,2001	−0,1495	−0,0891	+0,0079	+0,0272
−0,1650	−0,2037	−0,2559	**−0,2969**	−0,2635	−0,2089	−0,0986	−0,0046	+0,0214
−0,1215	−0,1496	−0,2010	−0,2462	**−0,2984**	−0,2800	−0,1057	−0,0205	+0,0153

die Energie in diesem Falle nicht zunehmen darf. Da das Bezugsion bei höheren Frequenzen häufiger hin- und herpendelt, dies aber bei gleichen Amplituden eine größere Kraft voraussetzt, so muß hier die Schwingungsamplitude kleiner werden.

Eine kleinere Schwingungsamplitude hat aber zur Folge, daß die Dissymmetrie kleiner wird, da das Ion ja nicht mehr so weit in die äußeren Gebiete seiner Ionenwolke vordringt. Eine steigende Frequenz muß also eine Verringerung der Dissymmetrie bedingen.

Nach der zweiten Methode ist das gleiche Ergebnis zu erwarten, da die Ionenwolke und damit auch die Dissymmetrie eine endliche Zeit benötigt, um sich aufzubauen. Mit steigender Frequenz wird deshalb einmal ein Zeitpunkt kommen, an dem die Relaxationszeit der Ionenwolke zur Folge hat, daß die Dissymmetrie sich nicht mehr ausbilden kann.

Daß beide Anschauungen richtig sind, erkennt man daraus, daß sich eine in die andere überführen läßt. Im folgenden soll fast ausschließlich von dem ersteren Wege Gebrauch gewerden.

Nach diesen kurzen Abschweifungen kann jetzt der Umkehreffekt näher besprochen werden. Mit kleinsten Frequenzen werden sich also zunächst relativ hohe Schwingungsamplituden und damit große Dissymmetrien in der Ionenwolke ergeben. Diese Dissymmetrien verursachen wiederum, zufolge ihrer quasielastischen Kraft, einen relativ hohen Dielektrizitätskonstantenüberschuß. Steigt die Feldstärke, so muß nach obigem die Amplitude bei unveränderter Frequenz wachsen, die Dissymmetrie und damit der DK-Überschuß also zunehmen.

Steigt die Frequenz, bei konstant gehaltener Feldstärke, so entstehen, wie bereits erläutert, kleinere quasielastische Kräfte und damit ein kleinerer DK-Überschuß.

Gehen wir nun zu großen Feldstärken über, so finden wir dort die entgegengesetzten Verhältnisse vor, d. h. mit steigender Frequenz wird $D' - D$ größer, mit fallender kleiner (immer konstante große Feldstärke vorausgesetzt). Dies beruht darauf, daß das Ion jetzt aus der Wolke herauspendelt. Dieses Hinausschwingen wird aber bei kleinen Frequenzen größer sein als bei großen, da hier ja die Schwingungsamplituden kleiner sind. Die Wirkung der quasielastischen Kraft wird daher bei großen Frequenzen größer sein als bei kleinen.

Damit ist der Umkehreffekt hinreichend geklärt, der, wie wir gesehen haben, seinen Ursprung in der Theorie hatte und in den Diagrammen bestätigt wird. Erwähnt muß aber noch werden, daß bei hohen Feldstärken und niedrigsten Frequenzen — also in dem Gebiet, in dem der Feldstärkeeinfluß bei weitem überwiegt — der sonst auftretende Überschuß der Dielektrizitätskonstante so weit abnimmt, daß sogar eine Verkleinerung der DK unter den normalen Wert eintritt.

Diese Erscheinung werden wir mit der großen Schwingungsamplitude des Ions und der damit verbundenen langen Zeitspanne zwischen Verlassen und Rückkehr des Bezugsions in Verbindung bringen können.

Fassen wir das soeben Gesagte zusammen, so können wir feststellen:

Die Beeinflussung durch die Frequenz macht bei der gesamten Untersuchung mit steigender Feldstärke eine Wandlung durch. Während sie sich zunächst auf die Dielektrizitätskonstante verringernd auswirkt, zeigt sie sich im Gebiet großer Feldstärken fördernd.

E. Zusammenfassung

In Ergänzung der Untersuchungen starker Elektrolyte hinsichtlich ihres Verhaltens bei hohen Feldstärken durch M. Wien ([Spannungs-] Wien-Effekt) und der Erforschung der Frequenzabhängigkeit starker Elektrolyte durch Debye und Falkenhagen ([Zeit-] Dispersionseffekt) ist in dieser Arbeit die Überlagerung beider Effekte theoretisch behandelt worden, unter der Annahme einer hinreichenden Verdünnung und eines symmetrischen Elektrolyten mit Ionen gleicher Beweglichkeit.

Weiterhin wurden für die Dielektrizitätskonstante die Ergebnisse dieser theoretischen Behandlung im einzelnen ausgewertet. Untersucht wurde hierbei der Einfluß der Konzentration, der Dielektrizitätskonstante des Lösungsmittels, der Temperatur und der Wertigkeit bei steigender Feldstärke und wachsender Frequenz.

Herrn Prof Dr. H. Falkenhagen sei an dieser Stelle für die Anregung zu dieser Arbeit, die stete Anteilnahme und die freundlichst mitgeteilten Hinweise bestens gedankt.

Desgleichen gilt der Dank der Firma „Rheinmetall" und Herrn C. Wevelsiep (Dresden) für die kostenlose Überlassung bzw. Vermittlung einer in jeder Beziehung einwandfreien Rechenmaschine.

Dresden, Technische Hochschule, Institut für Theoretische Physik.

(Eingegangen 10. Dezember 1938)

Über die physikalischen Grundlagen der speziellen Relativitätstheorie

Von N. Barbulescu

Das Prinzip der speziellen Relativität, in der ihm von Einstein gegebenen Form, beruht auf zwei Postulaten: der relativen Zeit und der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. Es ist interessant zu versuchen, ob es nicht möglich ist, die spezielle Relativität auf Grund anderer Postulate zu entwickeln. Im folgenden versuchen wir, diese Aufgabe zu lösen, unter Annahme einer absoluten Zeit und einer relativen Lichtgeschwindigkeit.

Fangen wir mit einer kurzen Analyse der Gleichzeitigkeitsbedingung an. Betrachten wir zwei Stationen A und B, die einem in geradliniger gleichmäßiger Bewegung fortschreitenden System angehören, das mit einer Geschwindigkeit v in bezug auf den Beobachter O sich bewegt. Im Moment t'_A sendet man ein Lichtzeichen von A nach B, von wo es in derselben Richtung im Moment t'_B zurückgeworfen wird; der Beobachter in A notiert den Moment t'_{1A} der Ankunft des Lichtzeichens. Seinerseits notiert der Beobachter O die einander folgenden Zeiten t_A, t_B, t_{1A} und schreibt die Bedingungen:

$$t_B - t_A = \frac{AB}{c - v},$$

$$t_{1A} - t_B = \frac{AB}{c + v},$$

woraus:

$$AB = c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\,(t_B - t_A)\,(t_{1A} - t_B).$$

Nach Einstein sind die Uhren in A und B voraussetzungsgemäß synchron (durch diese Definition wird das Prinzip der Relativität in das Problem der Gleichzeitigkeit einverleibt), wenn:

$$t'_B - t'_A = t'_{1A} - t'_B = t'.$$

Der Beobachter in O versucht festzustellen, was mit den obigen Formeln geschieht, wenn er die Einstein-Bedingung

$$t_B - t_A = t_{1A} - t_B = t$$

darin einsetzt. Man bekommt:

$$AB = c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot t,$$

woraus sich unmittelbar zwei Möglichkeiten ergeben:

1. Wenn man für das bewegte System dieselbe Lichtgeschwindigkeit c wie für den Beobachter O postuliert, so ergibt die Gleichzeitigkeitsbedingung eine Zeit:

$$t' = \frac{AB}{c} = t\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

die Grundformel der Einstein-Relativität.

2. Es gibt aber eine zweite Möglichkeit, nämlich die absolute Zeit zu postulieren:

$$t'_B - t'_A = t_B - t_A,$$

$$t'_{1A} - t'_B = t_{1A} - t_B.$$

In diesem Falle führt die Gleichzeitigkeitsbedingung zu einer Lichtgeschwindigkeit c':

$$c' = \frac{AB}{t} = c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

die die Grundformeln darstellt, mit deren Hilfe wir versuchen werden, eine neue Interpretation der speziellen Relativität anzugeben.

Von diesem Postulat ausgehend, dürfen wir nun ein entsprechendes Einheitensystem wählen. Nehmen wir als physikalische Einheit der Geschwindigkeit die Lichtgeschwindigkeit c im Vakuum. Wir haben dann: $v_R = c v_F$, wo v_R in rationellen CGS-Einheiten und v_F in physikalischen Geschwindigkeitseinheiten gemessen werden. Dementsprechend setzen wir für die Beschleunigung $a_R = c^2 a_F$.

Um zu den neuen Transformationsformeln zu gelangen, verfahren wir wie gewöhnlich, indem wir die linearen Beziehungen zwischen x, y, z, t, c und x', y', z', t', c' so bestimmen, daß sie die Formel der Wellengleichung:

$$\Delta q - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 q}{\partial t^2} = 0$$

unverändert lassen. Man bekommt:

$$x' = \frac{x - c v_F t}{\sqrt{1 - v_F^2}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

$$c' = \frac{c - \frac{v_F x}{t}}{\sqrt{1 - v_F^2}}.$$

Die erste dieser Gleichungen besitzt dieselbe Struktur wie in Einsteins Relativität mit dem Unterschied, daß die Translationsgeschwindigkeiten v_R und v_R' hier verschieden sind. Die letzte Gleichung gibt für $x' = 0$:

$$c' = c\sqrt{1 - v_F^2}.$$

Wenn eine Lichtquelle sich in einer geradlinigen gleichförmigen Bewegung befindet, dann bestimmt ein in bezug auf sie bewegter Beobachter eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit c', die kleiner ist als die Geschwindigkeit c, die von dem Beobachter in seinem ruhend gedachten System gemessen worden wäre.

Mit Hilfe dieser Transformationsformeln findet man alle Ergebnisse der Einstein-Relativität wieder.

Eine Bemerkung erscheint noch nötig. Um die Theorie des Dopplereffekts mit Hilfe des neuen Postulats entwickeln zu können, muß man von vornherein bemerken, daß, was die optische Erscheinung betrifft, bis jetzt keine Beobachtung den Beweis erbringen konnte, daß die Frequenz der bewegten Lichtquellen tatsächlich veränderlich sei. Unsere Messungsmöglichkeiten können nur die Wellenlängen mittels der bekannten Beziehung $\lambda = cT$ errechnen. Um von dieser für einen ruhenden Beobachter gültigen Gleichung zu einer für einen bewegten Beobachter zu gelangen, hat man aber zwei Möglichkeiten:

1. Mit Einstein eine relative Zeit, aber eine konstante Lichtgeschwindigkeit: $\lambda' = cT'$,
2. eine absolute Zeit, aber eine relative Lichtgeschwindigkeit $\lambda' = c'T$ anzunehmen.

Anders ausgedrückt entspricht in dem Fall des Dopplereffekts nach Einstein die Änderung der Wellenlänge einer Änderung der Schwingungsperiode; nach dem neuen obigen Postulat ist sie der Änderung der Lichtgeschwindigkeit zu verdanken.

Klausenburg (Cluj, Rumänien), Universität.

(Eingegangen 2. Januar 1939)

Bemerkungen zu vorstehender Arbeit

Von C. F. v. Weizsäcker

Der obenstehende Abänderungsvorschlag zur speziellen Relativitätstheorie von Herrn Barbulescu erklärt zwar den Michelson-Versuch, führt aber in anderer Hinsicht zu experimentellen Konsequenzen, die von denen der speziellen Relativitätstheorie verschieden sind. Da nach diesem Vorschlag der Wert der Lichtgeschwindigkeit vom Koordinatensystem abhängt, müßte es nämlich möglich sein, die absolute Geschwindigkeit eines Koordinatensystems durch ein in diesem System ausgeführtes Experiment (etwa die Messung der Lichtgeschwindigkeit senkrecht zur Bewegungsrichtung) zu messen. Es sei in diesem Zusammenhang an die Theorie von Abraham (W. Pauli jr., Encyclopädie der mathematischen Wissenschaften, S. 559, Anm. 41) erinnert. Ein praktisch ausführbares Experiment dieser Art scheint es zur Zeit nicht zu geben. Man wird sich daher bei der Beurteilung des Vorschlages von Barbulescu wohl auf die Frage beschränken müssen, ob es theoretisch befriedigend ist, in solchem Maße auf die Relativität der Bewegung zu verzichten.

(Eingegangen 12. Januar 1939)

Nachweis der Mesotronen der Höhenstrahlung durch Luftdruckkompensation

Von W. Kolhörster und I. Matthes

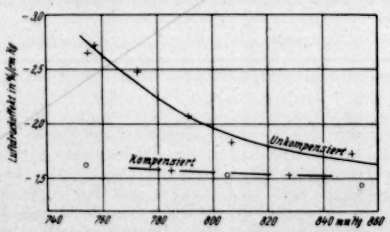
(Mitteilung aus dem Institut für Höhenstrahlenforschung der Universität Berlin)

Intensitätsregistrierungen der Höhenstrahlen mit der bereits mehrfach erwähnten[1]) Doppel-Zweifach-Koinzidenzapparatur wurden auf Abhängigkeit des Luftdruckeffekts von der Filterung der Strahlen bearbeitet. Koinzidierende Zählrohre sind hierzu besonders geeignet, weil sie Messungen an nahezu vertikalen Strahlen aus gut bestimmbarem Raumwinkel mit verhältnismäßig geringen Absorbermassen, also unter einfachen und leicht kontrollierbaren Bedingungen, gestatten.

Zu den Versuchen wurden in den Strahlengang über die Zählrohre Stapel von Holzbrettern verschiedener Höhe gepackt. Die Filterung durch die Holzabsorber wurde auf *Hg*-Äquivalente nach dem Dichteverhältnis umgerechnet und zum mittleren Massenäquivalent der Atmosphäre während der Beobachtungszeit hinzugezählt. Aus solchen mit einer bestimmten Filterung gewonnenen Meßreihen über mindestens einen, meist aber mehrere Monate wurde der Luftdruckeffekt nach der Korrelationsrechnung bestimmt. Die Ergebnisse sind in der Tabelle zusammengestellt und in der Figur gezeichnet, in die als Abszissen die mittleren Massenäquivalente $p = (\bar{b} + z)$ in mm *Hg*, als Ordinaten die Luftdruckeffekte $-LE$ in Proz./cm *Hg* eingetragen wurden. Wie man sieht, liegen die gemessenen Werte sehr gut auf der durchgezogenen Kurve, die beim Übergang von ungefilterter zu stärker gefilterter Strahlung zwischen 750–850 mm *Hg* die stetig verlaufende Abnahme des Luftdruckeffekts von 2,65 auf 1,65 Proz./cm *Hg* zeigt.

Nimmt man, wie bisher allgemein, an, daß der Luftdruckeffekt zumindest in erster Näherung durch Absorption der Höhenstrahlung in der Atmosphäre zustande kommt, so sollte der Luftdruckeffekt verschwinden oder sehr klein werden, wenn Schwankungen des Luftdrucks durch zusätzliche Absorber ausgeglichen werden können. Es wurden daher auch Meßreihen ausgeführt, bei denen möglichst gleichzeitig mit und entsprechend den Änderungen des Luftdrucks Absorber in Form von Holzbrettern in den Raumwinkel der einfallenden Strahlen gebracht wurden[2]), so daß z. B., wie in der Tabelle angegeben, die überlagernde Masse während der Meßzeit immer 784,7 oder 827,4 mm *Hg* äquivalent war. Die Versuche brachten ein sehr merkwürdiges, zur Zeit ihrer Ausführung im vergangenen Jahre noch unerklärliches Ergebnis: Der Luftdruckeffekt verschwand nicht, erreichte aber auch nicht den für den entsprechenden Druck ohne Kompensation beobachteten Wert. Vielmehr ergaben sich z. B. für Kompensation auf 784,7 bzw. 827,9 mm *Hg* 1,57 bzw. 1,53 Proz./cm *Hg*, also Werte, wie sie für den Luftdruckeffekt der harten Komponente der Höhenstrahlung mit gleicher Anordnung, aber unkompensiert gemessen worden sind. In der Figur verläuft die Kurve der kompensierten Werte zunächst unterhalb der unkompensierten Kurve, die mit wachsender Filterung kontinuierlich in erstere übergeht.

$\bar{b}$	755,2	756,8	757,7	754,1	761,1	758,8	758,6	754,9	mm *Hg*
z	0,0	0,8	14,7	kompensiert	34,9	48,1	kompensiert	95,6	mm *Hg*
p	755,2	757,6	772,4	784,7	791,0	806,9	827,9	850,5	mm *Hg*
LE	2,65	2,72	2,48	1,57	2,07	1,83	1,53	1,73	Proz./cm *Hg*



Luftdruckeffekt, unkompensiert und kompensiert bei mittleren Drucken zwischen 750 und 850 mm *Hg*.

Die Ergebnisse zeigen also, daß aus dem Höhenstrahlengemisch durch Kompensation der Luftdruckeffekt der weichen Komponente auf den der harten vermindert, also wohl weitgehendst ausgeschaltet wird, während der der harten trotz Kompensation bestehen bleibt oder zumindest nicht in dem für die weiche Komponente gültigen Maße absinkt. Für diese läßt sich also der Luftdruckeffekt in erster Näherung

1) W. Kolhörster, Naturwiss. **26**, 159, 218, 1938.

2) An diesen Versuchen beteiligten sich, einander ablösend, alle Institutsmitglieder, wofür auch an dieser Stelle gedankt sei.

als Absorptionseffekt deuten, für die harte Komponente dagegen nicht.

Daß dies Verhalten mit der radioaktiven Natur der harten, aus Mesotronen bestehenden Komponente erklärt werden kann, hat der eine von uns bereits auf der Tagung der Deutschen Geophysikalischen Gesellschaft am 22. Oktober 1938 in Jena[1]) vorgetragen. Hier soll an Hand der nunmehr vorliegenden reduzierten Werte gezeigt werden, daß der Luftdruckeffekt, als Wirkung des spontanen Zerfalls dieser Teilchen aufgefaßt, die Zerfallszeit und die mittlere freie Weglänge der Mesotronen einfach bestimmen läßt, vor allem weil keine besonderen Annahmen z. B. über Entstehungsort der Teilchen oder Massenabsorptionskoeffizient wie bei anderen derartigen Abschätzungen[2]) erforderlich werden. Da die Ergebnisse nahezu quantitativ mit den für die Mesotronen auf ganz anderem Wege gewonnenen Daten übereinstimmen, so könnte dies ein Hinweis darauf sein, daß die gesamte harte Komponente der Höhenstrahlung aus Mesotronen besteht, wogegen bisher die geringe Ausbeute an Mesotronenspuren bei Nebelkammeraufnahmen zu sprechen schien.

Nimmt man an, daß der mit Kompensation gewonnene Luftdruckeffekt eine Wirkung des spontanen Zerfalls der Mesotronen ist und daß diese im Mittel unterhalb einer konstanten, sonst aber nicht näher zu bestimmenden Atmosphärenschicht entstehen, so bedeuten die Luftdruckschwankungen Änderungen in der Weglänge, welche die Mesotronen von ihrem Entstehungsbis zum Beobachtungsort zurückzulegen haben. Der mittlere Entstehungsort der Mesotronen in der Höhe h über dem Erdboden läßt sich durch $h = H(lb - lb_0)$ als Funktion des Luftdrucks b darstellen. Dabei bedeutet b_0 den konstanten Luftdruck, den die Höhenstrahlung bis zur Bildung der Mesotronen durchlaufen muß, und $H = 8 \cdot 10^5$ cm die Höhe der homogenen Atmosphäre. Die Differenz zwischen den Mesotronenwegen bei zwei verschiedenen Luftdrucken ist demnach

$$s = h_1 - h_2 = H(lb_1 - lb_2),$$

also unabhängig von h_0, dem Entstehungsort der Mesotronen. Nach dem Zerfallsgesetz verhalten sich die Intensitäten der Mesotronen, deren Masse μ und Energie E, wie

$$\frac{I_1}{I_2} = e^{-kl},$$

wobei (Lichtgeschwindigkeit = c)

$$l = \frac{s \cdot \mu \cdot c}{E} = Hl\left(\frac{b_1}{b_2}\right)\frac{\mu \cdot c}{E}.$$

Sei $\tau_0 = \frac{l2}{\lambda}$ die Halbwertszeit der Mesotronen, so wird

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{b_2}{b_1}\right)^{\frac{H \cdot l2 \cdot \mu \cdot c}{\tau_0 \cdot E}}$$

und

$$\tau_0 = Hl2 \cdot \frac{\mu c}{E} \cdot \frac{lb_2 - lb_1}{lI_1 - lI_2} = \frac{H \cdot l2}{b \cdot LE}\frac{\mu c}{E}.$$

Hiernach ergibt sich mit dem Luftdruckkoeffizienten LE 1,57 Proz./cm Hg bzw. 1,53 Proz./cm Hg nach der Tabelle zwischen 75 und 76 cm Hg bei $\mu = 150\, M_0$ (Elektronenmasse $M_0 = 9{,}03 \cdot 10^{-28}$ g) und der Energie E in eV 1,18 bzw. 1,22 $\cdot \frac{10^3}{E}$ sec im Mittel

$$\tau_0 = \frac{1{,}2 \cdot 10^3}{E} \text{ sec}.$$

Nimmt man die mittlere Energie der in Seehöhe einfallenden harten Komponente mit etwa $3 \cdot 10^9$ eV an, so wird

$$\tau_0 = 4 \cdot 10^{-7} \text{ sec}$$

in guter Übereinstimmung z. B. mit Yukawas[1]) theoretischem Wert $\tau_0 = 5 \cdot 10^{-7}$ sec.

In dieser Bestimmung von τ_0 sind die noch nicht ganz gesicherten Werte μ und E enthalten, von denen μ, die Masse des Mesotrons, noch um 30 Proz. unsicher sein mag und in gleich großem Betrage das τ_0 beeinflußt, während E, die mittlere Energie der in Seehöhe einfallenden harten Komponente, zunächst noch den größten Unsicherheitsfaktor darstellt. Doch ist zu hoffen, daß über die Beziehung zwischen τ_0 und E Vergleiche zwischen Messungen an verschieden harten Strahlen Aufschluß bringen werden. Für die mittlere freie Weglänge der Mesotronen ergibt sich, unabhängig von Annahmen über ihre Energie,

$$L = \tau_0 \cdot \frac{E}{\mu c} = \frac{H \cdot l2}{b \cdot LE}$$

und mit den Werten der Tabelle 4,76 bzw. 4,64 km, im Mittel 4,7 km.

Bezüglich des Luftdruckeffekts scheint es nunmehr gelungen zu sein, ihn in seinen beiden Ursachen zu erklären. Es handelt sich offenbar um zwei getrennte Effekte, die jeder auf seine Art die Höhenstrahlenintensität beeinflussen.

1) W. Kolhörster, Zeitschr. f. Geophysik **14**, 333, 1938.

2) P. M. S. Blackett, Nature **142**, 169, 992, 1938; Phys. Rev. **54**, 973, 1938; B. Rossi, Nature **142**, 992, 1938; Henri D. Rathgeber, Naturwiss. **26**, 842, 1938.

1) H. Yukawa, Proc. phys. math. Soc. Jap. **17**, 48, 1935.

Berlin-Dahlem, Institut für Höhenstrahlenforschung der Universität Berlin.

(Eingegangen 4. Februar 1939)

BESPRECHUNGEN

Sämtliche in diesem Heft besprochenen oder vom Verlag angezeigten Bücher sind in allen deutschen Buchhandlungen zu erhalten

H. Hohn, Chemische Analysen mit dem Polarographen. Anleitungen für die Chemische Laboratoriumspraxis. Herausgg. von E. Zintl. 102 Seiten. 42 Abbildungen im Text u. 3 Tafeln. Berlin 1937. Julius Springer. RM 7.50.

Schwierigkeiten, welche bei der Einführung einer neuen Methode in die Praxis auftreten, haben oftmals ihren Grund darin, daß die wichtigsten Arbeiten in der in- und ausländischen Fachliteratur verstreut vorliegen. Es ist unter solchen Umständen schwer, sich einen umfassenden Überblick zu verschaffen. Das galt bisher auch für die Polarographie, welche dazu berufen sein dürfte, dem Analytiker in der Praxis die Arbeit zu erleichtern. Durch die vorliegende Schrift werden diese Schwierigkeiten überwunden. Der Verfasser hat es verstanden, das gesamte Material in knapper aber ausreichender und kritischer Form zur Darstellung zu bringen.

Gute Ausstattung und ein ausführliches Literaturverzeichnis erhöhen den Wert des Buches noch weiter. Es kann daher bestens empfohlen werden. Carlsohn

Paul Luckey, Nomographie. Praktische Anleitung zum Entwerfen graphischer Rechentafeln mit durchgeführten Beispielen aus Wissenschaft und Technik. 3., verbesserte Auflage. Mathematisch-physikalische Bibliothek Reihe 1. Hrsgg. von W. Lietzmann und A. Wittig. Mit 57 Figuren im Text. 107 Seiten. Leipzig und Berlin 1937. B. G. Teubner. Kart. RM 2.40.

Das Buch, welches bereits in dritter Auflage vorliegt, bringt in außerordentlich klarer Darstellung eine Anleitung zum Entwerfen graphischer Rechentafeln. Es werden nicht nur die einfachen und zusammengesetzten Netz- und Leitertafeln behandelt, sondern mit besonderer Ausführlichkeit sind die Tafeln mit beweglichen bezifferten Systemen durchgesprochen worden. Das Buch bringt aus allen Gebieten der Wissenschaft und Praxis Beispiele und Aufgaben und bietet somit den Vertretern der verschiedensten Fachrichtungen vielseitige Anregungen. Carlsohn

H. Mohler, Lösungsspektren mit Spektren der Vitamine, Hormone, des Lignins und der chemischen Kampfstoffe und Einführung in die Absorptionsspektrophotometrie für Chemiker, Pharmazeuten, Mediziner, Biologen und Studierende. 92 Seiten. 58 Abbildungen im Text. 1 Tafel. Jena 1937. G. Fischer. Brosch. RM 5.—, geb. RM 6.50.

Genau wie in den ersten Jahrzehnten dieses Jahrhunderts die Absorptionsspektren auf dem Gebiete der organischen Chemie in den Händen von Chemikern wie Hantzsch, Ley, K. Schäfer u. a. zur Aufklärung der Konstitution chemischer Verbindungen in erfolgreichster Weise herangezogen worden sind (s. Ley, Farbe und Konstitution organischer Verbindungen. S. Hirzel, Leipzig 1908), so lassen sich auch heute derartige Untersuchungsmethoden bei den so wichtigen Naturstoffen, Vitaminen, Hormonen, bei chemischen Kampfstoffen u. a. anwenden — allerdings mit dem Unterschiede, daß die Methoden inzwischen außerordentlich verbessert worden sind, so daß die Aussagen, die auf Grund derartiger Messungen gemacht werden, erheblich exakter sind.

Der Verfasser der vorliegenden Schrift bringt in kurzer und klarer Weise eine Zusammenstellung der Lösungsspektren wichtiger Naturstoffe, geht kritisch auf die Ergebnisse ein und zeigt, daß es möglich ist, auch auf verschiedenen Gebieten der angewandten und Nahrungsmittelchemie derartige Untersuchungen zu verwerten. Unter anderen wird auch das Gebiet der chemischen Kampfstoffe behandelt, auf dem der Verfasser des Buches selbst wesentliche Beiträge geliefert hat. Carlsohn

NACHRICHTEN

Dozenturen: Regierungsrat Dr. Johannes Goldschmidt vom Meteorologischen Observatorium in Dresden-Wahnsdorf an der Technischen Hochschule Dresden für Meteorologie, an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Ing. Paul Kluckow für Technologie des Kautschuks, an der Universität Heidelberg Dr. Alfred Bohrmann für Astronomie.

Ernannt. Der Dozent Dr. Walter Tollmien zum ord. Professor für technische Mechanik an der Technischen Hochschule Dresden, der Dozent Dr. Günther Briegleb an der Universität Würzburg zum beamteten a. o. Professor für physikalische Chemie ebenda, der nichtbeamtete a. o. Professor an der Technischen Hochschule Stuttgart Dr. Ulrich Dehlinger zum ord. Professor für höhere Physik ebenda.

In den Ruhestand: Der ord. Professor für reine und angewandte Mathematik an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Rudolf Rothe, der ord. Professor für Fernmeldetechnik an der Technischen Hochschule Hannover Dr. Erich Beckmann.

Gestorben: Das Mitglied der Chemisch-Technischen Reichsanstalt Oberregierungsrat Dr. Erwin Bollé, der frühere ord. Professor der Chemie an der Universität Frankfurt a. M. Dr. Julius v. Braun, der ord. Professor für allgemeine Chemie an der Universität von Paris Dr. Georges Urbain.

Verantwortlicher Schriftleiter: Professor Dr. Dr. h. c. P. Debye, Berlin. — Für den Anzeigenteil verantwortlich: A. Hohmann, Leipzig. — Verlag S. Hirzel, Leipzig C1, Königstr. 2. — Druck: Bibliographisches Institut AG., Leipzig. — D. A. 1330. IV. Vj. 1938. — Zur Zeit gilt Anzeigenpreisliste 3. — Printed in Germany